I osa lk. 86 HARJUTAVAD ÜLESANDED

Ülesanne 1

Arvuta täpne väärtus - ilma taskuarvutita!

a) $10^{\log 2} + 3^{-\log_3 4} + 5^{2\log_5 3} = 2 + \left(3^{\log_3 4}\right)^{-1} + \left(5^{\log_5 3}\right)^2 = 2 + 4^{-1} + 3^2 = 11\frac{1}{4}$

b) $0,1(\log 0,01)^2 - \left(\sqrt{5}\right)^{\log_{\sqrt{2}} 1} + 1,5^{\log_{1,5} 0,6} = 0,1 \cdot (-2)^2 - \left(\sqrt{5}\right)^0 + 0,6 =$
$= 0,4 - 1 + 0,6 = 0$

c) $\frac{1}{2}\log 16 - \log\sqrt{0,0001} + \log 25 = \log\sqrt{16} - \log 0,01 + \log 25 = (\log 4 + \log 25) + 2 =$
$= \log(4 \cdot 25) + 2 = \log 100 + 2 = 2 + 2 = 4$

Ülesanne 2

Leia funktsioonide määramispiirkonnad.

a) $y = \log_2(x-2)$

Lahendus: $x-2>0$, $x>2$

Vastus: $X = \left]2;\infty\right[$

b) $y = \log_4 \frac{3x+6}{x-2}$

Lahendus: $\frac{3x+6}{x-2} \rangle 0 \Leftrightarrow (3x+6)(x-2) \rangle 0$

Lahendame võrratuse intrervallide meetodi abil.

Määramispiirkonna loeme jooniselt.

Vastus: $X = \left]-\infty;2\right[\cup \left]2;\infty\right[$

c) $y = \frac{\log_2(x+1)}{x-3}$

Lahendus:

$$\begin{cases} x+1>0 \Rightarrow x>-1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Vastus: $X = \left]-1;\infty\right[\setminus \{3\}$

Ülesanne 3

Skitseeri järgmiste funktsioonide graafikud ning leia graafiku järgi nullkohad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid ning positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad.

a) $y = -3^x$

Vastus:

$X_0 = \varnothing$

$X^+ = \varnothing$

$X^- = R$

Ekstreemumid puuduvad

$X\uparrow = \varnothing$

$X\downarrow = R$

b) $y = \log_{0,5}(x+1)$

Vastus:

$X_0 = \{0\}$

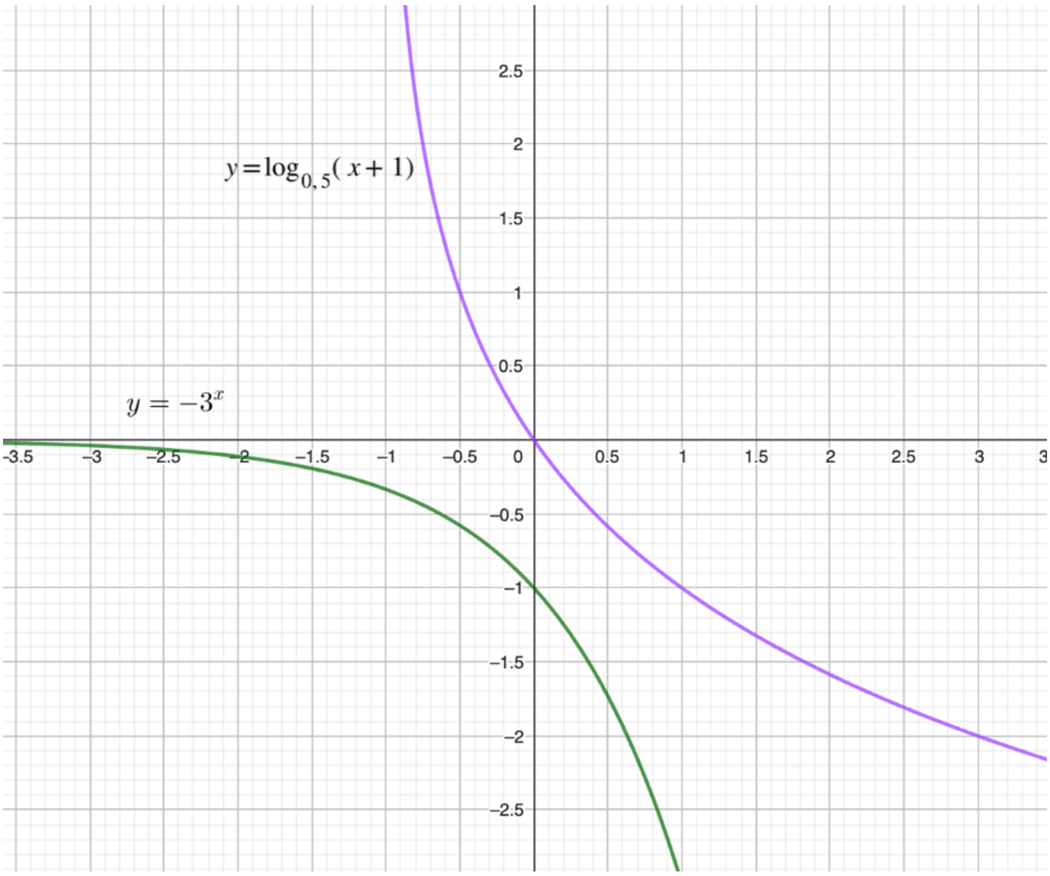
$X^+ = \left]-1;0\right[$

$X^- = \left]0;\infty\right[$

Ekstreemumid puuduvad

$X\uparrow = \varnothing$

$X\downarrow = \left]-1;\infty\right[$



Ülesanne 4

Lahenda võrrandid.

a) $\log_2(x^2 + 10x + 8) = 5$

Lahendus:

$x^2 + 10x + 8 = 2^5$

$x^2 + 10x - 24 = 0$

Viete`i teoreemi põhjal $x_1 = 2$ ja $x_2 = -12$.

Kontroll: vp. $= \log_2(2^2 + 20 + 8) = \log_2 32 = 5$

pp. = 5, vp. = pp.

vp. $= \log_2((-12)^2 - 120 + 8) = \log_2 32 = 5$

pp. = 5, vp. = pp.

<u>Vastus</u>: $x_1 = 2$ ja $x_2 = -12$.

b) $\log_3^2 x - 6\log_3 x + 9 = 0$

Lahendus: Tähistame $\log_3 x = t$

Saame ruutvõrrandi t suhtes $t^2 - 6t + 9 = 0$, millest Viete`i teoreemi põhjal $t_1 = 3$ ja $t_2 = 3$. Teeme tagasi asenduse ja lahendame võrrandi $\log_3 x = 3$, millest $x = 27$.

Ära unusta kontrollimast lähtevõrrandit!

<u>Vastus</u>: x = 27.

c) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 34$

Lahendus:

$2^x(2^2 - 2^{-2}) = 34$

$2^x \cdot \left(\frac{17}{4}\right) = 34,\ 2^x = 8,\ x = 3.$

Ära unusta kontrollimast lähtevõrrandit!

<u>Vastus</u>: x = 3.

d) $5 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,5} + 3^{2x} + 4 \cdot 9^{x-1} = 225$

Lahendus: Selguse mõttes teeme muutuja vahetuse $3^{2x} = u$. Lähtevõrrand saab nüüd kuju

$\frac{5 \cdot u}{3} - \frac{u}{3} + u + \frac{4 \cdot u}{9} = 225$, millest 25u = 2025 ja u = 81. Tehes tagasi asenduse

$3^{2x} = 81$, saame x = 2.

Ära unusta kontrollimast lähtevõrrandit!

<u>Vastus</u>: x = 2.

e) $\log\sqrt{50+5\cdot\sqrt[3]{x-1}}=1$

Lahendus: Kasutame logaritmi definitsiooni.

$\sqrt{50+5\cdot\sqrt[3]{x-1}}=10^1$

$50+5\cdot\sqrt[3]{x-1}=100,$

$5\cdot\sqrt[3]{x-1}=50,$

$\sqrt[3]{x-1}=10,$

$x-1=1000,$

$x=1001.$

Ära unusta kontrollimast lähtevõrrandit!

Vastus: x = 1001.

f) $\mathbf{\log_2(x+14)+\log_2(x+2)=6}$

Lahendus: kasutame logaritmi omadusi

$\log_2(x+14)\cdot(x+2)=6$

(x+14)(x+2) = 64, $x^2+16x-36=0$, siit $x_1=2$ ja $x_2=-18$. Lihtne kontroll lähtevõrrandisse näitab, et –18 ei sobi lahendiks.

Vastus: x = 2.

Ülesanne 5

Lahenda võrratused.

a) $4^{\frac{x}{2}-7} \le \frac{1}{2}$

Lahendus:

$2^{x-14} \le 2^{-1}$

$x-14 \le -1$

$x \le 13$

Vastus: $L = \left]-\infty;13\right]$

b) $0{,}5^{\frac{x+1}{x-1}} > \frac{1}{32}$

Lahendus:

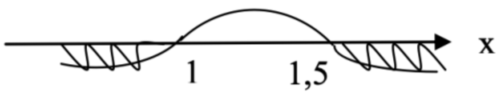
$0{,}5^{\frac{x+1}{x-1}} \rangle \left(\frac{1}{2}\right)^5$

$\frac{x+1}{x-1} \langle 5$

$\frac{x+1}{x-1} - 5 \langle 0$

$\frac{-4x+6}{x-1} \langle 0 \Leftrightarrow (-4x+6)(x-1) \langle 0$

Kasutame intervallide meetodit.



Vastus. $L = \left]-\infty; 1\right[\cup \left]1{,}5; \infty\right[$

c) $\log (x^2 + 2x + 2) > 1$

Lahendus:

$x^2 + 2x + 2 > 10$

$x^2 + 2x - 8 > 0$

<u>Vastus</u>: L = $\left]-\infty; -4\right[\cup \left]2; \infty\right[$

d) $\log_{0,5} (x + 5)^2 > \log_{0,5} (3x - 1)^2$

Lahendus:

$(x + 5)^2 < (3x - 1)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 > 0$

$(x + 5)^2 > 0 \Rightarrow x \in R,\ x \neq -5$

$(3x - 1)^2 > 0\ x \in R,\ x \neq \frac{1}{3}$

Kanname saadud tulemused arvteljele.

Arvestades kõiki tingimusi saame välja kirjutada vastuse.

<u>Vastus</u>: L = $\left]-\infty; -5\right[\cup \left]-5; -1\right[\cup \left]3; \infty\right[$

Ülesanne 6

Heidi pani 800 eurot panka, kus makstakse 5% intressi aastas. Kui palju raha tuleb tal lisada 5 aasta pärast pangast saadavale rahale, et osta tõukass, kes maksab 1100 eurot?

Lahendus. Kasutame liitintressi valemit $800 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 \approx 1021\ (€)$.

Heidil tuleb lisada $1100 - 1021 = 79$ (€).

Vastus. Heidi peab lisama 5 aasta pärast ligikaudu 79 eurot.