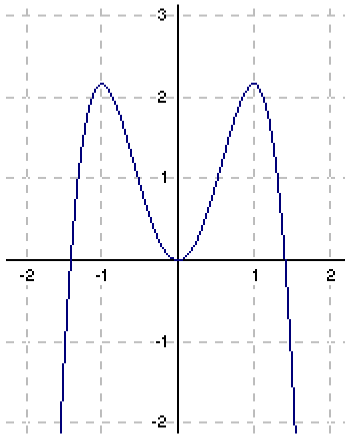
I osa Lk. 58 HARJUTAVAD ÜESANDED

Ülesanne 1



Leia juuresolevalt graafikult funktsiooni muutumispiirkond, kasvamis- ja kahanemisvahemikud ning ekstreemumid. Kas funktsioon on paaris või paaritu?

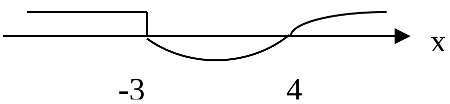
Vastus. Loeme jooniselt
$X_1\uparrow = \left]-\infty;-1\right[$, $X_2\uparrow = \left]0;1\right[$, $X_1\downarrow = \left]-1;0\right[$, $X_2\downarrow = \left]1;\infty\right[$, Y = $\left]-\infty;2{,}2\right]$, $y_{max} \approx 2{,}2$ maksimum, sest f.-I kasvamine läheb üle kahanemisks, $y_{min} = 0$, miinimum, sest f.-I kahanemine läheb üle kasvamiseks, paarisfunktsioon, sest f.-n on sümmeetriline y – telje suhtes.

Ülesanne 2

Leia funktsiooni $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-4}}$ määramispiirkond.

Lahendus. Lahendame mitterange võrratuse interrvallide meetodi abil.

$$\frac{x+3}{x-4} \geq 0 \Leftrightarrow (x+3)\cdot(x-4) \geq 0$$



Võrratuse lahendihulga loeme jooniselt.
Vastus: X = $\left]-\infty;-3\right] \cup \left]4;\infty\right[$

Ülesanne 3

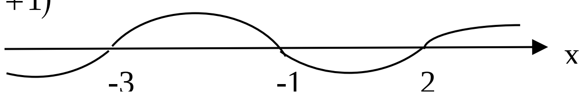
Leia funktsiooni $f(x) = \dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2}{x+1}$ positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad ning nullkohad.
Lahendus.

X^+ Lahendame võrratuse $\dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2}{x+1} \rangle\ 0$ intervallide meetodi abil.

$$\frac{3x+9}{(x-2)(x+1)} \rangle\ 0 \Leftrightarrow (3x+9)(x-2)(x+1) \rangle\ 0$$

X^- Lahendame võrratuse $\dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2}{x+1} \langle\ 0$ intervallide meetodi abil.

$$\frac{3x+9}{(x-2)(x+1)} \langle\ 0 \Leftrightarrow (3x+9)(x-2)(x+1) \langle\ 0$$



Võrratuste lahendihulgad loeme jooniselt.

X_0 Lahendame võrrandi

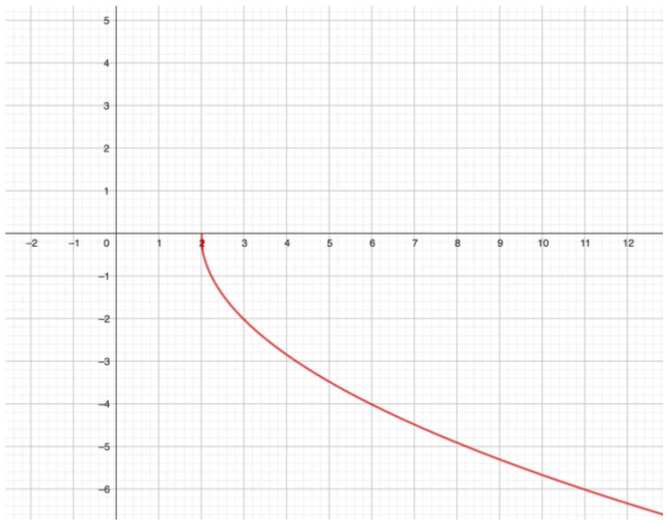
$$\frac{5}{x-2}-\frac{2}{x+1}=0 \Leftrightarrow \frac{3x+9}{(x-2)(x+1)}=0 \Leftrightarrow 3x+9=0 \Leftrightarrow x=-3 \ (x\neq 2, x\neq -1)$$

Vastus: $X^+ = \left]-3;-1\right[\cup \left]2;\infty\right[$, $X^- = \left]-\infty;-3\right[\cup \left]-1;2\right[$, $X_0 = \{-3\}$

Ülesanne 4

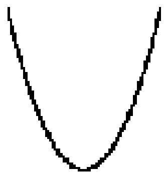
Skitseeri funktsiooni $y=-2\sqrt{x-2}$ graafik ja uuri seda.

Vastus. $X=\left[2;\infty\right[$, $Y = \left]-\infty;0\right]$, $X_0 = \{2\}$, $X^+=\varnothing$, $X^-=\left]2;\infty\right[$, $X\downarrow=\left]2;\infty\right[$, $X\uparrow=\varnothing$, ei ole paaris- ega paaritu funktsioon, sest pole sümmeetriline y-telje suhtes ega koordinaatide alguspunkti suhtes.



Ülesanne 5

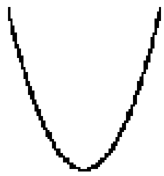
Kas joonisel toodud joon sobib funktsiooni $y = x^3$ graafikuks? Selgita.



Vastus. Ei sobi. Põhjendusi võib olla mitmeid, kuid üks võiks olla näiteks selline: antud joont saab tõlgendada kui ruutfunktsioonile kuuluvat graafikut.

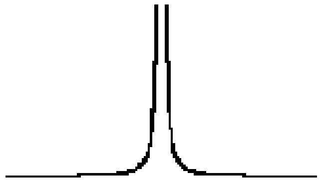
Ülesanne 6

Kas joonisel toodud joon sobib funktsiooni $y = -2x^2$ graafikuks? Selgita.



Vastus. Ei sobi. Põhjendusi võib olla mitmeid, kuid üks võiks olla näiteks selline: antud joont saab tõlgendada kui ruutfunktsioonile kuuluvat graafikut, kuid meie funktsioonil on ruutliikme kordaja negatiivne (-2), mistõttu peaksid parabooli harud avanema allapoole.

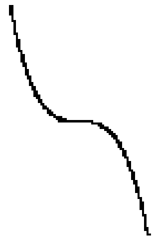
Ülesanne 7



Kas joonisel toodud joon sobib funktsiooni $y = \frac{3}{x^2}$ graafikuks? Selgita.

Vastus. Sobib küll. Põhjendusi võib olla mitmeid, kuid üks võiks olla näiteks selline: jooestades graafikule mõttelise sümmeetriatelje, võib see olla y-teljeks ning seega graafik vastab funktsioonile $y = x^{-n}$, kus n on paarisarv.

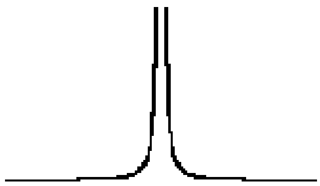
Ülesanne 8



Funktsioon on kujul $y = ax^n$. Leia a ja n nii, et saadud funktsiooni graafik oleks sarnane joonisel tooduga.

Vastus: Näiteks a = -2 ja n = 3. Silmas peame pidama, et a < 0 ja $n = 2k+1, k \in N$.

Ülesanne 9



Funktsioon on kujul $y = ax^n$. Leia a ja n nii, et saadud funktsiooni graafik oleks sarnane joonisel tooduga.

Vastus: Näiteks a = 2 ja n = -2. Silmas peame pidama, et a>0 ja $n = -2k, k \in N$.

Ülesanne 10

X, tingimus $x^2 - 4 \neq 0 \Longrightarrow x \neq 2, x \neq -2 \quad \Longrightarrow X = R \setminus \{-2; 2\}$

$$X^0 \quad \frac{2x-1}{x^2-4} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ x^2 - 4 \neq 0 \end{cases}$$

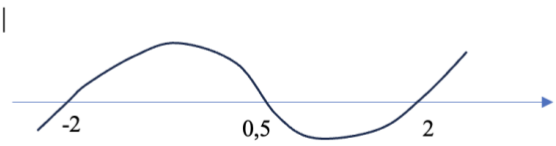
$2x = 1 \Rightarrow x = 0,5$

$X^0 = \{0,5\}$

$X^{+}\ y>0\ ,\ X^{-}\ y<0$

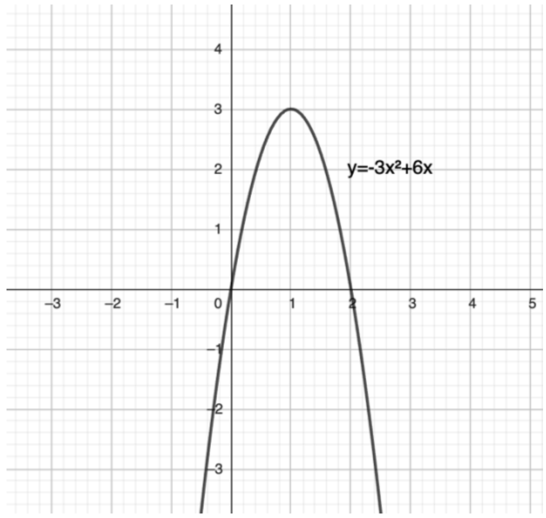
$\frac{2x-1}{x^2-4}>0 \Leftrightarrow (2x-1)\left(x^2-4\right)>0$

$x_1=0,5,\ x_2=2,\ x_3=-2$



$X^{+}=\,]-2;0,5[\cup]2;\infty[\,,X^{-}=\,]-\infty;-2[\cup]0,5;2[$

Ülesanne 11



$X=R, Y=\,]-\infty;3]$

$X^0=\{0;2\}, X^{+}=\,]0;2[, X^{-}=\,]-\infty;0[\cup]2;\infty[$

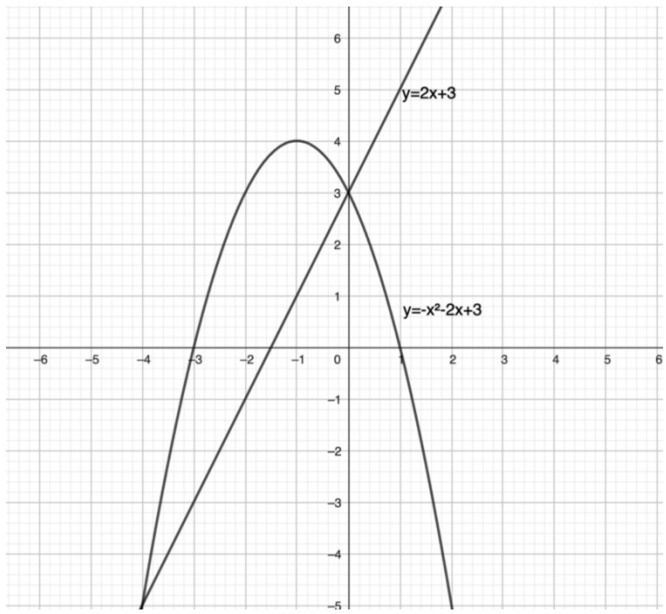
$P_{max}(1;3), X^{\uparrow}=\,]-\infty;1[, X^{\downarrow}=\,]1;\infty[$

Funktsioon ei ole paaris ega paaritu.

Ülesanne 12

RE2001. Joonisel on funktsiooni y = -x² - 2x + 3 graafik.

1. Joonesta samale joonisele funktsiooni y = 2x +3 graafik
2. Määra täiendatud joonise põhjal
   a) kummagi funktsiooni nullkohad;
   b) piirkond, milles ruutfunktsioon kasvab;
   c) ruutfunktsiooni suurim väärtus;
   d) piirkond, kus mõlemad funktsioonid on positiivsed.



Vastus.

2) a) $\{-3;1\}$, $\{-1,5\}$;

b) $]-\infty;-1[$; c) $\{4\}$;

d) $]-1,5;1[$