KORDAMINE RIIGIEKSAMIKS I

ARVUTAMINE JA ALGRBRALINE TEISENDAMINE

Esmalt oleks vaja tuletada meelde järgmised valemid ja reeglid:
Tähega **N** tähistatakse **naturaalarvude hulka**, st. arvud, mida saame loendamise teel (1, 2, 3, …..). Vahel arvatakse ka arv 0 naturaalarvude hulka.
Tähega **Z** tähistatakse kõikide **täisarvude hulka** (… -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, …)
Tähega **Q** tähistatakse kõikide **ratsionaalarvude hulka.**
Tähega **I** tähistatakse kõikide **irratsionaalarvude hulka (mitteperioodilised lõpmatud kümnendmurrud).**
Tähega **R** tähistatakse kõikide **reaalarvude hulka.** $R = Q \cup I$

1) Arvu aste.

a) $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot .... \cdot a}_{n \quad tegurit}, kui\ n \in N$

b) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Näide: $x^8 \cdot x^5 = x^{13}$

c) $a^m : a^n = a^{m-n}$

Näide: $y^9 : y^3 = y^6$

d) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Näide: $x^5 \cdot y^5 = (xy)^5$

e) $a^n : b^n = (a : b)^n$

Näide: $x^3 : y^3 = (x : y)^3$

f) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Näide: $(x^3)^7 = x^{21}$

g) $(-a)^{2n} = a^{2n}, kui\ a > 0, n \in Z$, st. paarisarvulise astendaja korral saame positiivse tulemuse.

h) $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}, kui\ a > 0, n \in Z$, st. paaritu arvulise astendaja korral saame negatiivse tulemuse.

i) $a^0 = 1$, kui $a \neq 0$. NB! $0^n = 0$, kui $n \neq 0$

j) 0^0 sellel avaldisel väärtus puudub!

k) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, kui $a \neq 0\ ja\ n \in Z$

Näide: $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$

l) $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Näide: $\frac{1}{x^{-3}} = x^3$

m) $\left(\sqrt[2n+1]{a}\right)^{2n+1} = a$

n) $\left(\sqrt[2n]{a}\right)^{2n} = |a|$, st. $\begin{cases} a, kui\ a \geq 0 \\ -a, kui\ a < 0 \end{cases}$

o) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Näide: $\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$

p) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Näide: $\sqrt[5]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y}}$

q) $\sqrt[mn]{a^{pn}} = \sqrt[m]{a^p}$

Näide: $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

r) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Näide: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[12]{x}$

s) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

Näide: $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 = \sqrt[3]{x^2}$

t) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, kui\ a > 0, m \in Z, n \in N$

Näide: $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

2) Korrutamise abivalemid

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3) Hulkliikme lahutamine teguriteks

a) Ühise teguri sulgude ette toomine

Näide: $6a^2b - 12a^3b^4 + 18a^4b^3 = 6a^2b\left(1 - 2ab^3 + 3a^2b^2\right)$

b) Valemite kasutamine

(1) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Näide: $4x^2 - 9 = (2x - 3)\cdot(2x + 3)$

(2) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(3) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Näide: $125a^3 - 8b^3 = (5a - 2b)\cdot\left(25a^2 + 10ab + 4b^2\right)$

(4) $a - b = \left(\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)$

c) <u>Ruutkolmliikme lahutamine teguriteks</u>

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, milles x_1 ja x_2 on ruutvõrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ lahendid.

Näide: Tegurdame ruutkolmliikme $4x^2 - 17x + 4$.

Lahendame ruutvõrrandi $4x^2 - 17x + 4 = 0$, milleks kasutame ruutvõrrandi lahendivalemit

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4}}{2 \cdot 4} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 0{,}25$$

Võime leida lahendid ka nii, et esmalt kontrollime kas võrrandil on üldse lahendeid, st. leiame ruutvõrrandi diskriminandi D. Avaldist b^2-4ac nimetatakse ruutvõrrandi diskriminandiks ning ruutvõrrandil

(1) on kaks erinevat lahendit, kui $D > 0$
(2) on kaks võrdset lahendit, kui $D = 0$
(3) lahendid puuduvad, kui $D < 0$.

Antud juhul $D = 17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225 > 0$, st. on 2 erinevat lahendit ja nüüd leiame need $x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$ ning $x_1 = 4$ *ja* $x_2 = 0{,}25$.

Saame

$4x^2 - 17x + 4 = 4(x - 4)(x - 0{,}25) = (x - 4)(4x - 1)$.

NÄITEÜLESANDED.

1) Leidke avaldise $0{,}027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 16^{0{,}75} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + 7{,}5^0$ **väärtus.**

<u>*Lahendus.*</u>

$$0{,}027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 16^{0{,}75} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + 7{,}5^0 =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000}{27}} - (-2)^2 + 16^{\frac{3}{4}} - (-3) + 1 = \frac{10}{3} - 4 + \sqrt[4]{16^3} + 3 + 1 =$$

$$3\frac{1}{3} + 2^3 = 3\frac{1}{3} + 8 = 11\frac{1}{3}$$

Vastus. Avaldise väärtuseks on $11\frac{1}{3}$

2) Leidke avaldise väärtus: $\dfrac{4-4\cdot 5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}}{2-5^{\frac{1}{3}}}+\sqrt[3]{5}$

<u>Lahendus.</u> Murru lugeja esitab vahe ruudu valemit

$$\frac{4-4\cdot 5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}}{2-5^{\frac{1}{3}}}+\sqrt[3]{5}=\frac{2^2-2\cdot 2\cdot 5^{\frac{1}{3}}+\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^2}{2-5^{\frac{1}{3}}}+\sqrt[3]{5}=\frac{\left(2-5^{\frac{1}{3}}\right)^2}{2-5^{\frac{1}{3}}}+\sqrt[3]{5}=2-5^{\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{5}=2$$

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime 2.

3) Lihtsustage avaldis.

$$x^{-\frac{3}{2}}y(xy^{-2})^{-\frac{1}{2}}\left(x^{-1}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

<u>Lahendus.</u>

$$x^{-\frac{3}{2}}y(xy^{-2})^{-\frac{1}{2}}\left(x^{-1}\right)^{-\frac{2}{3}}= \quad x^{-\frac{3}{2}}\cdot y\cdot x^{-\frac{1}{2}}\, y^{1}\cdot x^{\frac{2}{3}}=$$

$$x^{-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}y^2=x^{-2+\frac{2}{3}}y^2=x^{-1\frac{1}{3}}y^2=x^{-\frac{4}{3}}y^2=\frac{y^2}{x^{\frac{4}{3}}}=\frac{y^2}{\sqrt[3]{x^4}}=\frac{y^2}{\sqrt[3]{x^3x}}=\frac{y^2}{x\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{\sqrt[3]{x^2}\,y^2}{x^2}$$

Vastus. Avaldise lihtsustamise tulemuseks on $\dfrac{y^2}{x\sqrt[3]{x}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}\,y^2}{x^2}$

4) Arvutage avaldise $\left[\dfrac{a+c}{a^3c+a^2-ac-1}+\dfrac{ac+1}{1-a^2}:(a+c)\right]\cdot\dfrac{a^3+c^3}{3-3c^2}$ **väärtus, kus a ja c on ruutvõrrandi $x^2+3x-3=0$ lahendid.**

<u>Lahendus.</u>

Esmalt lihtsustame antud avaldise.

a) Leiame sulgudes oleva jagatise

$$\frac{ac+1}{1-a^2}:(a+c)=\frac{(ac+1)\cdot 1}{(1-a^2)(a+c)}=\frac{ac+1}{(1-a)(1+a)(a+c)}.$$

b) Sulgudes oleva esimese murru nimetaja lihtsustamiseks kasutame rühmitamisvõtet

$a^3c + a^2 - 1\cdot (ac + 1) = a^2(ac + 1) - 1\cdot (ac + 1) = (ac + 1)(a^2 - 1)$ ja saame murruks

$$\frac{a+c}{(ac+1)(a^2-1)}.$$

c) Nüüd summa avaldub

$$\frac{a+c}{(ac+1)(a+1)(a-1)}+\frac{ac+1}{-(a+c)(a-1)(a+1)}=\frac{(a+c)(a+c)-(ac+1)(ac+1)}{(a+1)(a-1)(ac+1)(a+c)}=$$

$$\boxed{a-b=-(b-a)}$$

$$=\frac{a^2+2ac+c^2-a^2c^2-2ac-1}{(a+1)(a-1)(ac+1)(a+c)}=$$

$$= \frac{a^2 + c^2 - a^2c^2 - 1}{(a^2-1)(ac+1)(a+c)} = \frac{a^2 - a^2c^2 - 1 + c^2}{(a^2-1)(ac+1)(a+c)} =$$

$$\frac{a^2(1-c^2) - (1-c^2)}{(a^2-1)(ac+1)(a+c)} = \frac{(1-c^2)(a^2-1)}{(a^2-1)((ac+1)(a+c)} =$$

$$= \frac{1-c^2}{(ac+1)(a+c)}.$$

d) Lõpuks leiame korrutise $\frac{(1-c^2)\cdot(a+c)(a^2-ac+c^2)}{(ac+1)(a+c)\cdot 3(1-c^2)} = \frac{a^2-ac+c^2}{3(ac+1)}$.

Kuna a ja c on ruutvõrrandi $x^2 + 3x - 3 = 0$ lahendid, siis Viete`i teoreemi põhjal a + c = -3 ja ac = -3.
Nüüd teisendame lugeja täisruuduks liites ja lahutades 3ac:

$$\frac{(a^2-ac+c^2+3ac)-3ac}{3(ac+1)} = \frac{(a^2+2ac+c^2)-3ac}{3(ac+1)} = \frac{(a+c)^2-3ac}{3(ac+1)} = \frac{(-3)^2-3\cdot(-3)}{3\cdot(-3+1)} = -3$$

Loomulikult võib leida ka ruutvõrrandi $x^2 + 3x - 3 = 0$ lahendid ja need lihtsustatud avaldisse asemele panna.

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime $\frac{(a+c)^2-3ac}{3(ac+1)}$ ning avaldise väärtuseks –3.

5) Lihtsustage avaldis

$$\frac{x+1+\sqrt{x^2-1}}{x+1-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x+1-\sqrt{x^2-1}}{x+1+\sqrt{x^2-1}}$$

<u>Lahendus.</u> Murru nimetajas kasutame valemit $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ning lugejas murru laiendamisel summa ja vahe ruudu valemit.

$$\frac{x+1+\sqrt{x^2-1}}{x+1-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x+1-\sqrt{x^2-1}}{x+1+\sqrt{x^2-1}} =$$

$$\frac{(x+1+\sqrt{x^2-1})(x+1+\sqrt{x^2-1}) + (x+1-\sqrt{x^2-1})(x+1-\sqrt{x^2-1})}{(x+1-\sqrt{x^2-1})(x+1+\sqrt{x^2-1})} =$$

$$= \frac{(x+1)^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2-1} + x^2 - 1 + (x+1)^2 - 2(x+1)\sqrt{x^2-1} + x^2 - 1}{(x+1)^2 - \left(\sqrt{x^2-1}\right)^2} =$$

$$\frac{2(x+1)^2 + 2(x^2-1)}{(x+1)^2 - x^2 + 1} = \frac{2x^2+4x+2+2x^2-2}{x^2+2x+1-x^2+1} = \frac{4x^2+4x}{2x+2} = \frac{4x(x+1)}{2(x+1)} = 2x$$

Sama tulemuse saad ka siis, kui otsustad esmalt mõlemas liidetavas irratsionaalsuse nimetajast kaotada ning siis alustad liitmist.

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime 2x.

6) Lihtsustage avaldis $\frac{x-1}{x^{0,75}+x^{0,5}} \cdot \frac{x^{0,5}+x^{0,25}}{x^{0,5}+x^{0}} \cdot x^{0,25}+1$ **ja arvuta selle väärtus, kui x = 16.**

<u>Lahendus.</u> Näpunäide: kümnendmurrulised astendajad teisendame harilikuks murruks ning seejärel vajaduse korral juurteks! Näiteks $x^{0,75}=x^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{x^3}$.

Antud juhul teisendame tegurdamiseks juurt $\sqrt[4]{x^3}=\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[4]{x^2}$

$$\frac{x-1}{x^{0,75}+x^{0,5}}=\frac{x-1}{\sqrt[4]{x}\sqrt[4]{x^2}+\sqrt{x}}=\frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x}+1)}$$

a) $\frac{x^{0,5}+x^{0,25}}{x^{0,5}+x^{0}}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt[4]{x^2}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$

b) $\frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x}+1)}\cdot\frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x}+1)}{\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x}+1)}\cdot\frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x}+1)}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}}$

c) $\frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}}\cdot\sqrt[4]{x}=\frac{\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[4]{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt[4]{x^2}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}-1$

d) $\sqrt{x}-1+1=\sqrt{x}$

e) $\sqrt{x}=\sqrt{16}=4$

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime $\sqrt{x}$ ning avaldise väärtuseks 4 .

7) ***RE 2009 lisaeksam***

a) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}\right)^{-1}:\frac{\sqrt{xy}+y}{x+y}+1$**, kus** ***x > 0, y > 0*** **ja** $x\neq y$**.**

b) Leia lihtsustatud avaldise täpne väärtus, kui $x=7^{\log_{49}64}$ **ja** *y = 2 - ln1.*

<u>Lahendus.</u>

$$\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}\right)^{-1}:\frac{\sqrt{xy}+y}{x+y}+1=\left[\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)-\sqrt{y}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}\right]^{-1}:\frac{\sqrt{xy}+y}{x+y}+1=$$

$$\frac{(x-y)(x+y)}{\left(x+\sqrt{xy}-\sqrt{xy}+y\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\sqrt{y}}+1=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)(x+y)}{(x+y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\sqrt{y}}+1=$$

$$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+\sqrt{y}}{\sqrt{y}}=\sqrt{\frac{x}{y}}.$$

Avaldise väärtus, kui

$x=7^{\log_{49}64}=7^{\log_7 8}=8$

$y=2-\ln 1=2-0=2$,

siis $\sqrt{\frac{8}{2}}=2$.

ÜLESANDED

1) Arvuta ilma taskuarvutita

a) $2^{\sqrt{11}+9} \cdot 2^{-8-\sqrt{11}}$

b) $5^{\sqrt{2}+2} : 5^{-1+\sqrt{2}}$

c) $\dfrac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{4\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$*, a >0*

d) $\dfrac{8^{\log_5 50}}{8^{\log_5 2}}$

e) $\log^2_{\sqrt{7}} 49$

f) $\sqrt{325^2 - 300^2}$ *V:2;125;2;64;16; 125*

2) Leia avaldise $61x - 11y + 50$ väärtus, kui $\dfrac{2x - 7y + 5}{7x - 2y + 5} = 9$ *V:10*

3) Leia avaldise $f(x-7) + f(13-x)$ väärtus, kui $f(x) = 2x + 1$ *V:14*

4) Leia avaldise $\sqrt{(x-10)^2} + \sqrt{(x-6)^2}$ väärtus, kui $6 \le x \le 10$ *V:4*

5) Lihtsusta $\left(\dfrac{2x^2}{x-y} - x - y\right) : \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$. $\quad V: \dfrac{xy}{x+y}$.

6) Lihtsusta avaldis $2\sqrt{a} - \sqrt{\dfrac{1-2a}{a} + a - \dfrac{\sqrt{a}}{2}}$ ja arvuta tema väärtus, kui 1) a = 1/4 ja 2) a = 4. *V: Kui* $a \le 1$*, siis -0,75 ja kui a >1, siis 1,5.*

7) Lihtsusta $\left(\dfrac{4x}{x+2} - \dfrac{x^3-8}{x^3+8} \cdot \dfrac{4x^2-8x+16}{x^2-4}\right) : \dfrac{16}{x+2}$. $\quad V: \dfrac{-1}{x+2}$.

8) Lihtsusta $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)$. $\quad V: \dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}$.

9) Lihtsusta $\left(\sqrt{x} + \dfrac{y-\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) : \left(\dfrac{x}{\sqrt{xy}+y} + \dfrac{y}{\sqrt{xy}-x} - \dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}\right)$. $\quad V: \sqrt{y} - \sqrt{x}$.

10) Arvuta $3\log_3 \dfrac{1}{9} \cdot \left(25^{-\frac{2}{3}}\right)^{0,75} \cdot 4^{\log_2 5} \cdot 16^{-0,25}$. $\quad V: -15$.

11) Leia arv $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{100}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-3}$. Mitu protsenti moodustab leitud arv arvust 50? ***V:** 20 ja 40%.*

12) Lihtsusta avaldis $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{-2} \cdot \left(a^{-1}+b^{-1}\right) + \frac{2\left(a^{-0,5}+b^{-0,5}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{3}}$ ja arvuta selle väärtus, kui a = 1,25 ning b = 1/5. $V: \frac{1}{ab} = 4$.

13) ***KRE97*** Arvuta avaldiste A ja B väärtused (ilma taskuarvutita)

$$A = \left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{a}\right),$$

$B = \frac{1^{-1}+2^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-4)^{-1} \cdot 5 + 0,5^{-2}} \cdot (-3,07)^0$. Mitme protsendi võrra on avaldise B väärtus väiksem avaldise A väärtusest? ***V:** A = 1, B = 1/4, 75%.*

14) ***RE98*** Leia avaldise $\frac{7y^{-1}-4x^{-1}}{3y^{-1}-x^{-1}}$ väärtus, kui x : y = 3 : 4. ***V:**1.*

15) ***RE98*** Leia avaldise $\frac{8^{-x} \cdot 12^{x+2}}{6^{2-x} \cdot 18^{x} \cdot 2^{1-x}}$ lihtsustus ja näita, et selle väärtus ei sõltu x-i väärtusest. ***V:**2.*

16) ***RE2000*** Lihtsusta avaldist $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x^3}}{x+1} + \frac{1}{x}$. Leia antud avaldise väärtus x = 9 korral. Veendu, et lihtsustamise tulemus on õige. $V: \frac{2}{x-1} = \frac{1}{4}$.

17) ***RE2000*** Lihtsusta avaldist $\frac{1}{x(x-1)} + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x^3}}{x-1}$. Leia antud avaldise väärtus x = 4 korral. Veendu, et lihtsustamise tulemus on õige. $V: \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$.

18) ***RE2001*** 1) Lihtsusta avaldised

A = 6(a + 2)² - 3(2a² + 9a + 3) ja B= $\left(x^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{xy}\right)^{-1}$

2) Arvuta avaldise väärtused, kui a = 1, x = 9, y = 25.
3) Kumb punktis 2) leitud arvudest on teisest suurem ja mitme protsendi võrra?

V: A = -3a + 15, B = $\sqrt{xy}$; A = 12, B = 15; B > A, 25%.

19) ***RE2002*** *(5p.)*Antud on avaldis $(a-b)^{-1} \cdot \left(b^{-2}-a^{-2}\right)$

a) Esita avaldis positiivsete astendajate abil.

b) Tee näidatud tehted ja taanda saadud murd. ***V:*** $\frac{a+b}{a^2b^2}$

20) ***RE2003****(5p.)* Lihtsusta avaldis: $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$. ***V:*** 4

21) ***RE2003****(5p.)* Lihtsusta avaldis: $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{a^{-2}-1}{2a^{-2}}$. ***V*:** 1 + a

22) ***RE2004*** *(5p.)*Antud on avaldis $\left(1+a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-1\right)\cdot\frac{a}{a^{0}-a}$, kus a > 0 ja a $\neq$ 1.

a) Lihtsusta avaldis.

b) Arvuta avaldise väärtus, kui a = 25^{-2}. ***V*:** $\frac{1}{25}$

23) ***RE2004****(5p.)* Lihtsusta avaldis $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{a}}\right)^{-1}+\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{b}}\right)^{-1}$ ja arvuta selle väärtus, kui a = $10^{\frac{5}{2}}$ ja b = $10^{-\frac{1}{2}}$. ***V*:** 200

24) ***RE2005****(5p.)* Antud on avaldis avaldis $\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}+\sqrt{1+x}\right)^{-1}\cdot\left(1+\sqrt{1-x^{2}}\right)$.

a) Lihtsusta see avaldis;

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $x=\cos^{2}\frac{\pi}{6}$ ***V*:** *0,5*

25) ***RE2006****(5p.)* Antud on avaldis $\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-2}}\cdot\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$, kus $a>b>0$

a) Lihtsusta see avaldis;

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $a=2^{0}$ ja $b=3^{-2}$. ***V*:** $\frac{2a\sqrt{b}}{b}$; *6.*

26) ***RE2007****(5p.)* Antud on avaldis avaldis $\frac{1+5x}{x^{-2}(25x^{2}-x^{0})}$, kus $x\neq 0,\ x\neq\pm\frac{1}{5}$.

a) Lihtsusta see avaldis.

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $x=2^{\frac{3}{2}}$. Vastus anna täpsusega 10^{-3}. ***V*:** $\frac{x^{2}}{5x-1}$; *0,609.*

27) ***RE2008****(10p.)*Lihtsusta avaldised. $A=\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-7}+\frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+7}+\frac{196}{49-x}$ ja $B=\frac{32\cdot 4^{x-1}}{2^{2x+1}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-0,5}$ ***V*:** *A=2, B= 6.*

28) ***RE2009****(10p.)* Lihtsusta avaldis $\left[\frac{a}{a^{2}-2ab+b^{2}}-\frac{a}{(a+b)^{2}}\right]\cdot\left(\frac{1}{a^{2}}-b^{-2}\right)^{2}$ ja leia avaldise täpne väärtus, kui $a=-4+\log_{5}125$ ja $b=\sqrt[3]{2}$. ***V*:** $\frac{4}{a^{2}b^{3}}$; *2.*

29) ***RE2010****(10p.)* Lihtsusta avaldis $\left(\frac{a^{2}-b^{2}}{a\sqrt{a}+a\sqrt{b}}-\frac{a-b}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}$ ja arvuta selle väärtus, kui $a=2^{-4}$ ja $b=27^{\frac{2}{3}}$. ***V*:** $\sqrt{a}-\sqrt{b};-2\frac{3}{4}$.

30) ***RE2011****(10p.)* Lihtsusta kirjalikult avaldis

$$A=\left(\frac{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}{\sqrt{2a}+\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{2a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{b}{4a}}-\sqrt{\frac{a}{b}}\right),$$ kus $a>0$; $b>0$ ja $b\neq 2a$ ning

arvuta $B=2^{-0,5}:A$ väärtus. ***V:*** $2\sqrt{2};\frac{1}{4}$.

31) ***KT2012***

a) (5p) Arvutage kirjalikult avaldise $27^{\frac{2}{3}}\cdot 0{,}3^{-1}+\sqrt{5}\cdot 5^{0,5}$ väärtus.

b) (5p) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\right):\frac{2}{1-a^2}$ *V: 35; 1+a*

32) ***KT 2013 (****5p.)* Lihtsusta avaldis $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4}+\frac{4\sqrt{b}}{b-16}$ ja arvuta selle avaldise kõik

võimalikud väärtused, kui $|b-16|=2$. ***V:*** $\frac{b}{b-16}$;9;–7

---

33) ***RE2014(****5p.)* Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{m}}{m+\sqrt{m}}+\frac{2}{m-1}$ ja arvutage kirjalikult selle

täpne väärtus, kui $m=\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$. *V:* $\frac{1}{\sqrt{m}-1}=\frac{\sqrt{m}+1}{m-1};\frac{1}{2}$

34) ***RE2015(****5p.)* Lihtsustage avaldis $\left(\frac{y}{3x}\right)^5\cdot\left(\frac{6x}{y}\right)^5-x^3:x^{\frac{5}{2}}+\left(x^4\right)^{\frac{1}{8}}$, kui *x > 0* ja

$y\neq 0$. *V:32*

35) ***RE2016(****5p.)* Lihtsustage avaldis $\frac{3x+2}{(6x+4)^2}\cdot(4-9x^2)$ ja arvutage avaldise väärtus,

kui $x=27^{-\frac{1}{3}}$. ***V:*** $\frac{2-3x}{4};\frac{1}{4}$

36) ***RE2017K(****5p.)* Lihtsusta avaldis $\left(\frac{3}{a^2-a}+\frac{1}{a-1}\right):\frac{9-a^2}{a-1}$. Arvuta avaldise

väärtus, kui $a=\log_2 16$. *V:* $\frac{1}{a(3-a)}$;–0,25

37) ***RE2017L(****5p.)* Lihtsusta avaldis $\frac{a-9}{a\sqrt{a}+3a}\cdot\left(\frac{2}{a}\right)^{-1}$, kus a >0. Leia a väärtus, mille

korral on avaldise väärtus 6,5. *V:* $\frac{\sqrt{a}-3}{2}$*;*256

38) ***RE2018L(****5p.)* Lihtsusta avaldis $\frac{2^{2x+1}\cdot 4^{x-0,5}}{\sqrt{16^{2x}}\cdot 2^{-3}}$. *V:*8

39) ***RE2019K(****5p.)* Lihtsusta avaldis $\frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{2a^2}{a^2-b^2}:\frac{a}{ab-b^2}$. *V:a+b*

40) ***RE2019L(****5p.)* Lihtsusta avaldis $\frac{a-\sqrt{4a}}{a}:\left(\frac{a+4}{\sqrt{a}}-4\right)$, kus $a>0$. Kas leidub arvu a selline väärtus, mille korral on antud avaldise väärtus 0? Põhjendage oma vastust.

V: $\frac{1}{\sqrt{a}-2}$

41) ***RE2020K(10****p.)*

On antud avaldised $A=\frac{2}{x}, B=\frac{4}{x^2-4}$ ja $C=\frac{x}{x+2}$.

1. Leidke iga avaldise kõik sellised x-i reaalarvulised väärtused, mille korral ei ole võimalik avaldise *A*, *B* või *C* väärtust arvutada.

2. Lahendage võrrand $\log_2 A=3$.

3. Koostage avaldis $A+B:C$ ja lihtsustage see. *V:* $A+B:C=\frac{2}{x-2}$

42) ***RE2020L(10****p.)*

On antud murrud $A=\frac{a-4}{a+\sqrt{a}}$ ja $B=\frac{a\sqrt{a}+a}{a+2\sqrt{a}}$, kus arv a on positiivne reaalarv.

1. Koostage avaldis $A\cdot B$ ja lihtsustage see.

2. Leidke arvu a väärtus, mille korral korrutis $A\cdot B=1$.

V: $A\cdot B=\sqrt{a}-2$; a = 9.

43) ***RE2021L(5****p.)*Lihtsustage avaldis $\left(\frac{y-x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+2\sqrt{x}\right)^{-1}:\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$. *V:* $\frac{1}{x-y}$

44) ***RE2021K(10****p.)*

1.Lihtsustage avaldis $\left(2x+\frac{y^2-x^2}{x-y}\right)^{-1}-\left(\sqrt{x+y}\right)^2$.

2.Arvutage kirjalikult avaldise täpne väärtus, kui $x=\log_5 25$ ja $y=27^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{-3}$

V: $\frac{1-x^2+y^2}{x-y}; -1\frac{11}{15}$

45) ***RE2022L(5****p.)*

1. Lihtsustage avaldis $\frac{3\sqrt{x}-x}{12x}:\frac{9-x}{\left(3+\sqrt{x}\right)^2-\left(3-\sqrt{x}\right)^2}$

2. Kas selle avaldise väärtus saab olla 1? Põhjendage vastust. *V:* $\frac{1}{3+\sqrt{x}}$; ei saa.

46) ***RE2022K(10****p.)*

1. Lihtsustage avaldised $A=\frac{3a^2-9ab}{a^2-2ab+b^2}:\left(\frac{a}{2a+2b}-\frac{ab}{a^2-b^2}\right)$ ja $B=2\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$.

2. Arvutage avaldiste *A* ja *B* väärtused, kui $a = \log_3 81, b = 1,5^{-1}$ ja x = 7,5.

V: $A = \dfrac{6(a+b)}{a-b}, B = 2x - 8; a = 8,4; B = 7$

47) ***RE2023K(10****p.)* On antud avaldised $A = (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)$ ja $B = (3 - \sqrt{x})^2$.

1. Lihtsustage avaldised $A - B$ ja $A + B$.

2. Lihtsustage avaldis $\dfrac{A-B}{A+B}$ ning arvutage selle väärtus, kui $x = \left(\dfrac{1}{13}\right)^{-1} + \log_2 8$.

V: $\dfrac{3\sqrt{x}}{x}$; $\dfrac{3}{4}$

48) ***RE2023L(5****p.)* Lihtsustage avaldis A: B, kui $A = \sqrt{ab} - \dfrac{ab}{a + \sqrt{ab}}$ ja

$B = \dfrac{\sqrt{4ab} - 2b}{a-b}$, kui $a > 0,\ b > 0\ ja\ a \neq b$. *V:* $\dfrac{a}{2}$