

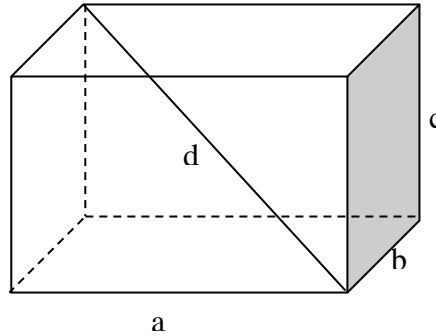
STEREOMEETRIA

Risttahukas

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

$$V = S_p \cdot H = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

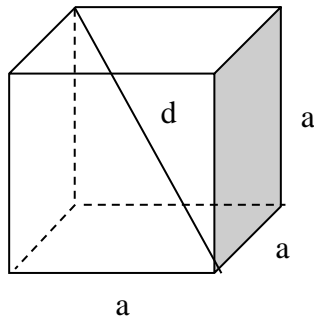


Kuup

$$S = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

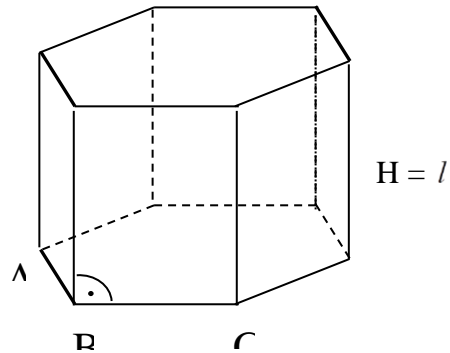


Püstprisma

$$S_t = 2S_p + S_k$$

$$\text{Külg pindala } S_k = P \cdot H$$

$$V = S_p \cdot H$$

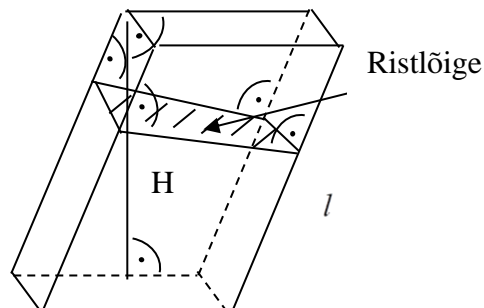


Kaldprisma

$$S_t = 2S_p + S_k$$

$$\text{Külg pindala } S_k = P_r \cdot l$$

$$V = S_p \cdot H$$



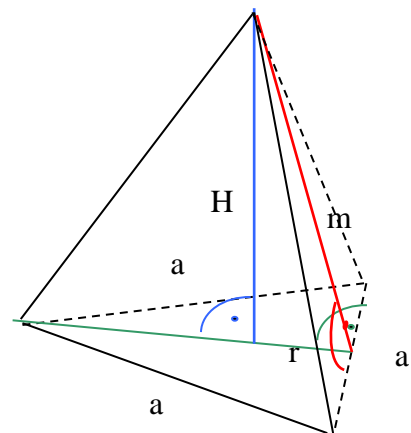
Korrapärane püramiid

$$S_t = S_p + S_k$$

$$\text{Põhja pindala } S_p = \frac{nar}{2} = \frac{Pr}{2}$$

$$\text{Külg pindala } S_k = \frac{nam}{2} = \frac{Pm}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot H$$



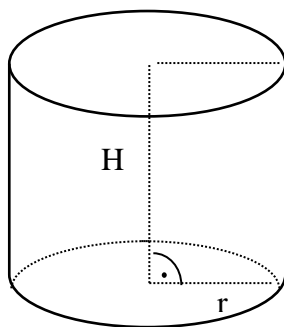
Silinder

$$S_t = 2S_p + S_k = 2\pi r(h + r)$$

$$S_p = \pi r^2$$

$$S_k = 2\pi r \cdot H$$

$$V = S_p \cdot H = \pi r^2 \cdot H$$



Koonus

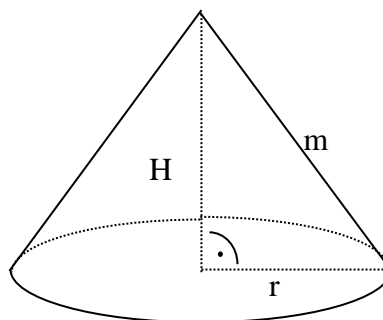
$$m^2 = r^2 + H^2$$

$$S_t = S_p + S_k = \pi r(m + r)$$

$$S_p = \pi r^2$$

$$S_k = \pi r \cdot m$$

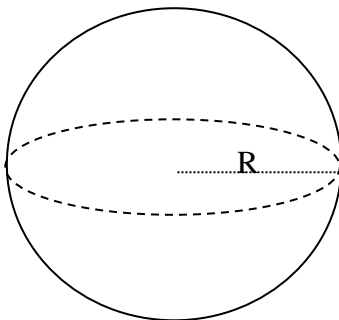
$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot H = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$



Kera

$$S = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$



NÄITEÜLESANDED.

- 1) Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 4 cm ja haar 8 cm. Kõik külgtahud moodustavad püramiidi põhjaga kahetahulised nurgad 60° . Leidke püramiidi külgpindala.

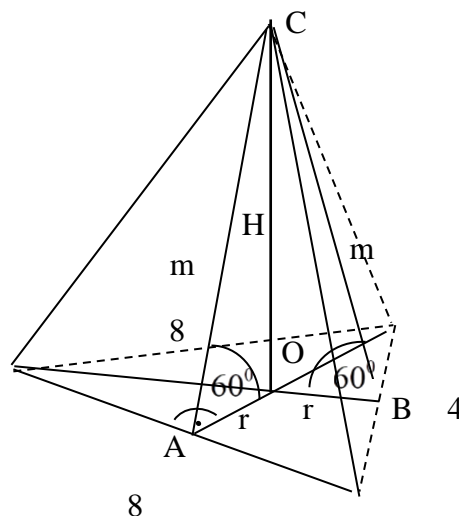
Lahendus.

Tähistame püramiidi kõrguse $H = OC$. Külgtahu, mille aluseks on 4 cm apoteem on BC ja külgtahu, mille aluseks on 8 cm apoteem on AC. Kolmnurgad AOC ja BOC on võrdsed KNK (külgnurk-külg) tunnuse põhjal. Seega on võrdsed külgtahkude apoteemid (tähistame m).

Saame avaldada külgpindala

$$S_k = \frac{4 \cdot m}{2} + \frac{2 \cdot 8 \cdot m}{2} = 10m.$$

Teiseks leiame põhjaks oleva kolmnurga siseringjoone raadiuse r .



Kolmnurga pindala saab leida siseringjoone raadiuse või ka Heroni valemi järgi

$$S_p = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{4+8+8}{2} = 10$$

$$S_p = \sqrt{10(10-4)(10-8)(10-8)} = \sqrt{10 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{240} = 4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

$$4\sqrt{15} = 10r \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{15}}{5}(\text{cm}).$$

Leiame nüüd täisnurksest kolmnurgast AOC (BOC) apoteemi m

$$\cos 60^\circ = \frac{r}{m} \Rightarrow m = \frac{2\sqrt{15}}{5} : \frac{1}{2} = \frac{4\sqrt{15}}{5}(\text{cm})$$

$$S_k = 10 \cdot \frac{4\sqrt{15}}{5} = 8\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

Vastus. Püramiidi külgpindala on $8\sqrt{15} \text{ cm}^2$.

- 2) **Korrapärase kolmnurkse püstprisma põhiserv on 3 cm ja külgserv on 8 cm. Arvutage prisma ümber kujundatud kera raadius (prisma tipud asuvad kera pinnal).**

Lahendus.

Kuna tegemist on korrapärase prismaga, siis kera keskpunkt O asub prisma kõrguse AB keskpunktis O. Kera raadius $R = OC$.

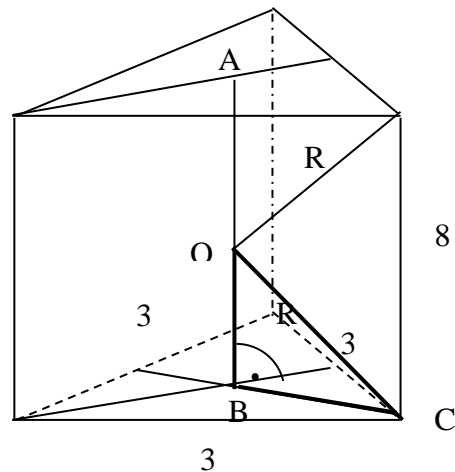
Vaatleme täisnurkset kolmnurka OBC. Lõik

$$OB = 4 \text{ cm (pool kõrgusest) ja } BC = \frac{2}{3}h, \text{ kus}$$

h on põhjaks oleva kolmnurga kõrgus ja samas ka mediaan, kuna kolmnurk on võrdkülgne.

Mediaanide lõikepunkt jaotab mediaani suhtes

$$1 : 2 \text{ ja tipu poole jääb nii } \frac{2}{3}h.$$



$$\text{Leiame Pythagorase teoreemi abil kolmnurga kõrguse } h = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

või valemist

$$h = \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{2}$$

$$BC = \frac{2}{3}h = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \sqrt{3}(\text{cm}) \text{ (või valemiga } h = \frac{\sqrt{3}a}{2} \text{)}.$$

Leiame nüüd kolmnurgast OBC Pythagorase teoreemi abil kera raadiuse

$$R = OC = \sqrt{4^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{19}(\text{cm}).$$

Vastus. Kera raadius on $\sqrt{19} \text{ cm}$.

3) Riigieksam 1999 (20p.) Püströöptahuka diagonaalid on 9 cm ja $\sqrt{33}$ cm. Tema põhja ümbermõõt on 18 cm ja külgserv on 4 cm. Leidke püströöptahuka ruumala. Leidke kolmnurkse püramiidi $ABDD_1$ ruumala.

Lahendus.

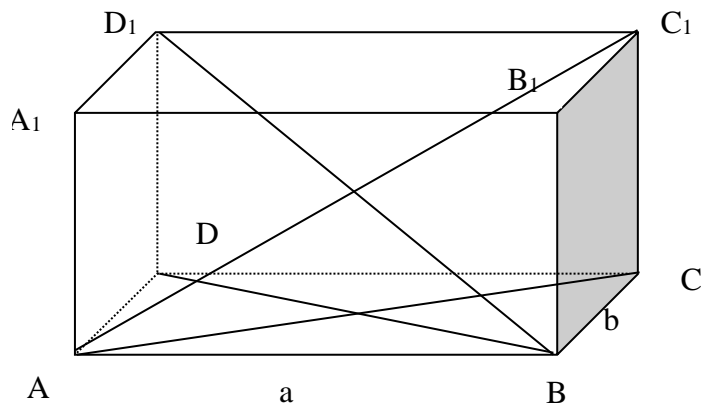
Ülesande andmete põhjal

$$BD_1 = \sqrt{33} \text{ cm ja } AC_1 = 9 \text{ cm;}$$

$$2(a + b) = 18 \text{ cm;}$$

$$\text{Kõrgus } H = AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Leida tuleb tahuka ruumala } V = S_p \cdot H.$$



Alustame põhja pindala leidmisega. Selleks leiame esmalt põhjaksoleva rööpküliliku diagonaalide pikkused. Kasutades Pythagorase teoreemi leiame täisnurksest kolmnurgast ACC_1 diagonaali $d_1 = AC = \sqrt{9^2 - 4^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$ ja kolmnurgast BDD_1 $d_2 = BD = \sqrt{(\sqrt{33})^2 - 4^2} = \sqrt{17}(\text{cm})$.

Rööpküliliku küljed leiame seostest

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2) \Rightarrow 17 + 65 = 2(a^2 + b^2) \Rightarrow 2(a^2 + b^2) = 82$$

Moodustame võrrandisüsteemi ja lahendame selle

$$\begin{cases} 2(a^2 + b^2) = 82 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

$$a = 9 - b \Rightarrow 2((9 - b)^2 + b^2) = 82 \Rightarrow 2(81 - 18b + b^2 + b^2) = 82 | : 2 \Rightarrow$$

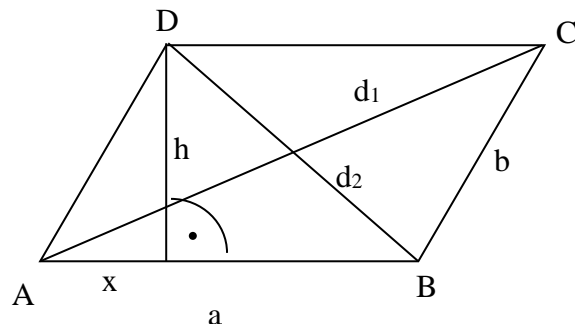
$$2b^2 - 18b + 81 = 41 | : 2$$

$$b^2 - 9b + 20 = 0$$

Vieté'i teoreemi põhjal

$$b_1 = 4 \text{ ja } a_1 = 9 - 4 = 5$$

$$b_2 = 5 \text{ ja } a_2 = 9 - 5 = 4$$



Seega on meil $a = 5$ (cm) ja $b = 4$ (cm).

Rööpküliliku kõrguse leiame Pythagorase teoreemi kasutades võrrandisüsteemist

$$\begin{cases} h^2 = d_2^2 - (a - x)^2 \\ h^2 = b^2 - x^2 \end{cases} \Rightarrow d_2^2 - (a - x)^2 = b^2 - x^2 \Rightarrow d_2^2 - a^2 + 2ax - x^2 = b^2 - x^2 \Rightarrow$$

$$d_2^2 = a^2 - 2ax + b^2$$

$$(\sqrt{17})^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + 4^2 \Rightarrow 17 = 41 - 10x \Rightarrow 10x = 24 \Rightarrow x = 2,4(\text{cm})$$

$$h^2 = b^2 - x^2 \Rightarrow h^2 = 4^2 - 2,4^2 = 10,24 \Rightarrow h = 3,2(\text{cm})$$

Leiame nüüd põhja pindala kui rööpküliliku pindala näiteks valemi $S = a \cdot h$ abil.

$$S_p = a \cdot h = 5 \cdot 3,2 = 16(\text{cm}^2).$$

$$\text{Ruumala } V = S_p \cdot H = 16 \cdot 4 = 64(\text{cm}^3).$$

Kolmnurkse püramiidi $ABDD_1$ ruumala leidmiseks leiame esmalt kolmnurga ABD

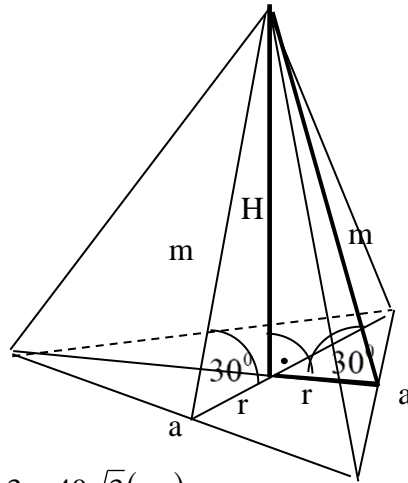
pindala $S_{ABD} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm}^2)$ (moodustab rööpkülilikupindalast poole) ja püramiidi ruumala

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 10\frac{2}{3}(\text{cm}^3).$$

Vastus Püströöptahuka ruumala on 64 cm^3 ja püramiidi ruumala $10\frac{2}{3} \text{ cm}^3$.

- 4) Riigieksam 1999 (15p.) **Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja ümbermõõt on $120\sqrt{3} \text{ cm}$ ning põhja ja külgtahu vaheline kahetahuline nurk on 30° . Arvutage selle püramiidi täispindala.**

Lahendus.



Leiame põhiserva pikkuse $a = 120\sqrt{3} : 3 = 40\sqrt{3}(\text{cm})$.

Kuna põhjaks on võrdkülgne kolmnurk, siis leiame põhja kõrguse näiteks seosest

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{40\sqrt{3}} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 40\sqrt{3} = 60(\text{cm}).$$

$$\text{Põhja pindala } S_p = \frac{ah}{2} = \frac{40\sqrt{3} \cdot 60}{2} = 1200\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

Külgpindala leidmiseks on vaja teada külgtahu apoteemi m .

Leiame selle täisnurksest kolmnurgast seosest $\cos 30^\circ = \frac{r}{m}$. Et põhjaks on võrdkülgne

kolmnurk, siis $r = \frac{1}{3}h$ (mediaanide lõikepunkti omaduse põhjal), siis $r = 60 : 3 = 20(\text{cm})$

$$\text{ja } m = \frac{r}{\cos 30^\circ} = \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{40}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3}(\text{cm}).$$

$$\text{Külgpindala } S_k = \frac{nam}{2} = \frac{3 \cdot 40\sqrt{3} \cdot 40\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = 2400(\text{cm}^2).$$

$$\text{Täispindala } S = 1200\sqrt{3} + 2400 = 1200(\sqrt{3} + 2)(\text{cm}^2).$$

Vastus. Püramiidid täispindala on $1200(\sqrt{3} + 2) \text{ cm}^2$.

5) Riigieksam 1999 (15p.) Koonuse telglõike tipunurk on 64° ja põhja ümbermõõt on 126 cm. Arvutage selle koonuse külgpindala ja ruumala.

Lahendus.

Ülesande andmete põhjal on põhja ümbermõõt $C = 2\pi \cdot r = 126 \Rightarrow r = \frac{63}{\pi}$.

Kuna telglõikeks on võrdhaarne kolmnurk, kus kõrgus poolitab tipunurga, siis

$$\sin 32^\circ = \frac{r}{m} \Rightarrow m = \frac{63}{\pi \sin 32^\circ}.$$

Koonuse külgpindala

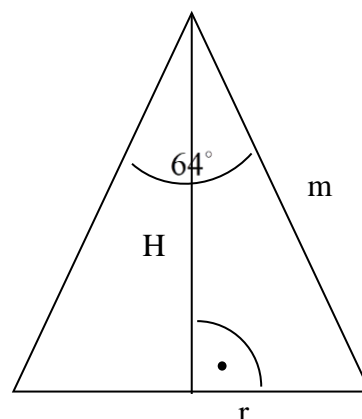
$$S_k = \pi \cdot r \cdot m = \pi \cdot \frac{63}{\pi} \cdot \frac{63}{\pi \sin 32^\circ} \approx 2384 (\text{cm}^2).$$

Leiame koonuse kõrguse

$$\tan 32^\circ = \frac{r}{H} \Rightarrow H = \frac{63}{\pi \tan 32^\circ}.$$

Koonuse ruumala

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{63}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{63}{\pi \tan 32^\circ} \approx 13514 (\text{cm}^3)$$



Vastus. Koonuse külgpindala on ligikaudu 2384 cm^2 ja ruumala 13514 cm^3 .

6) Võrdhaarne kolmnurk haaraga 8 cm ja alusnurgaga 30° pöörleb ühe haara. Leidke tekkinud pöördkeha ruumala ja pindala.

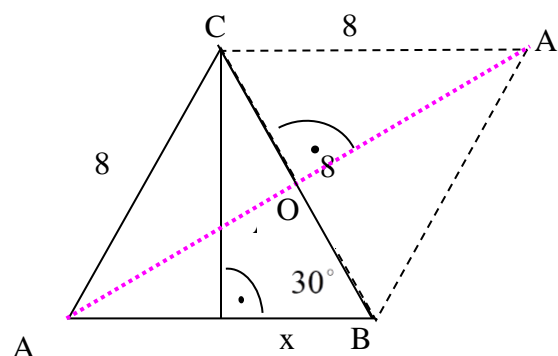
Lahendus.

Kolmnurga pöörlemisel tekib pöördkeha, mis koosneb kahest koonusest, millel on ühine põhi. Ühe koonuse ristlõige on võrdhaarne kolmnurk ABA' ja teisel $AA'C$.

Leiame pöörleva kolmnurga aluse $2x$.

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \cos 30^\circ \cdot 8 = 4\sqrt{3} (\text{cm}).$$

Seega on kolmnurga alus $2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$



Koonuse raadius $r = AO = OA'$. Leiame selle $\sin 30^\circ = \frac{r}{2x} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3} (\text{cm})$.

Ühe koonuse kõrguseks on OC ja teisel OB .

Leiame esimese koonuse kõrguse $H_{OC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{64 - 48} = 4 (\text{cm})$. Seega on ka teise koonuse kõrgus $8 - 4 = 4 (\text{cm})$. Järelikult on koonuste ruumalad võrdsed ja

pöördkeha ruumala avaldub $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 = \frac{8\pi \cdot 16 \cdot 3}{3} = 128\pi (\text{cm}^3)$.

Pöördkeha pindala moodustavad mõlema koonuse külgpindalad.

Leiame esimese koonuse külgpindala $S_1 = \pi r m = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8 = 32\sqrt{3}\pi (\text{cm}^2)$.

Teise koonuse külgpindala $S_2 = \pi r m = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} = 96\pi (\text{cm}^2)$.

Pöördkeha pindala on $32\sqrt{3}\pi + 96\pi = 32\pi(\sqrt{3} + 3) (\text{cm}^2)$.

Vastus. Pöördkeha ruumala on $128\pi \text{ cm}^3$ ja pindala $32\pi(\sqrt{3} + 3) \text{ cm}^2$.

- 7) **Korrapärase püramiidi aluseks on hulknurk, mille sisenurkade summa on 720° . Leidke selle püramiidi ruumala teades, et ta külgserv pikkusega l moodustab kõrgusega nurga 30° .**

Lahendus. Kuna hulknurga nurkade summa

$$s = (n - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow n - 2 = \frac{720^\circ}{180^\circ} \Rightarrow n - 2 = 4 \Rightarrow n = 6, \text{ st. põhjaks on korrapärane kuusnurk.}$$

Püramiidi ruumala avaldub $V = \frac{1}{3} S_p \cdot H$.

Avaldame täisnurksest kolmnurgast AOB

kõrguse $\cos 30^\circ = \frac{H}{l} \Rightarrow H = \frac{\sqrt{3} \cdot l}{2}$ ja

põhiserva $a \sin 30^\circ = \frac{a}{l} \Rightarrow a = \frac{l}{2}$.

Leiame põhja pindala valemist $S_p = \frac{nar}{2}$.

Põhja apoteem $r = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} l$.

Põhja pindala on $S_p = \frac{6 \cdot l \cdot \sqrt{3} \cdot l}{2 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{3\sqrt{3} \cdot l^2}{8}$.

Ruumala $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3} \cdot l^2}{8} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot l}{2} = \frac{3l^3}{16} (\text{üh}^3)$.

Vastus. Püramiidi ruumala avaldub külgserva kaudu $\frac{3l^3}{16}$ üh³.

- 8) **Riigieksam 2002(20 p.) Koonuse tippu läbiv tasand lõikab koonuse põhja mööda kõõlu, mille pikkus on võrdne raadiusega. Leia koonuse tekkinud osade ruumalade suhe.**

Lahendus. Koonuse ruumala avaldub $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$.

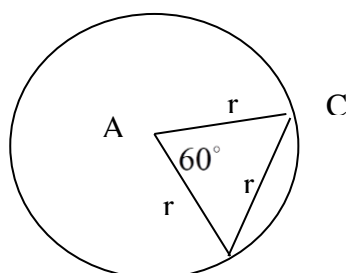
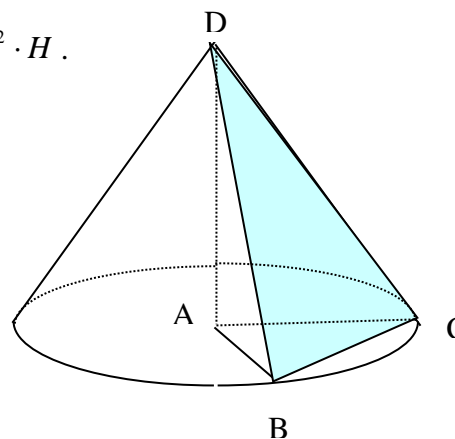
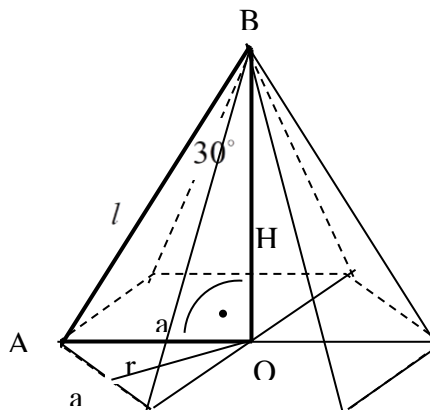
Vaatleme esmalt koonuse põhja.

Põhjal tekib võrdkülgne kolmnurk,

seega on kesknurk $\angle A = 60^\circ$ ja

koonusest eralduv kujund ABCD

moodustab $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ kogu ruumalast



Püramiidi ABCD ruumala avaldub $V = \frac{1}{3} S_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}r^2}{4} \cdot H = \frac{\sqrt{3}r^2 H}{12}$.

Lõige eraldab kujundi BCD ($\frac{1}{6}$ koonusest lahutada püramiid) ruumalaga

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H - \frac{\sqrt{3}r^2 H}{12} = r^2 H \left(\frac{\pi}{18} - \frac{\sqrt{3}}{12} \right) = r^2 H \cdot \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{36}$$

Suurem osa koonusest $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ja selle ruumala $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H = \frac{5}{18} \pi r^2 \cdot H$.

Saame tasandilise lõikega eraldunud suurema osa koonusest

$$\frac{5}{18} \pi r^2 \cdot H + \frac{\sqrt{3}r^2 H}{12} = r^2 H \left(\frac{5\pi}{18} + \frac{\sqrt{3}}{12} \right) = r^2 H \left(\frac{10\pi + 3\sqrt{3}}{36} \right)$$

Leiame suhte $r^2 H \left(\frac{10\pi + 3\sqrt{3}}{36} \right) : r^2 H \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{36} = \frac{10\pi + 3\sqrt{3}}{2\pi - 3\sqrt{3}}$.

Vastus. Koonuse tekkinud osade ruumalade suhe on $\frac{10\pi + 3\sqrt{3}}{2\pi - 3\sqrt{3}}$.

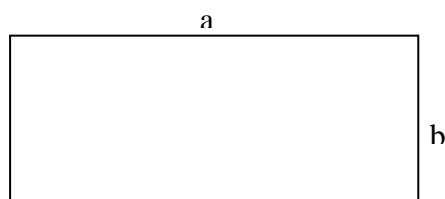
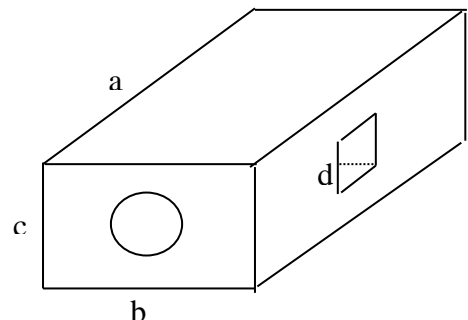
- 9) Riigieksam 2002(20 p.) Risttahukakujulisest toorikust servadega a, b ja c valmistatakse detail. Esmalt puuritakse toorikust läbi ümmargune ava raadiusega r nii, et ava telg ühtib risttahuka sümmeetriateljega, mis on paralleelne külgservaga a. Seejärel tehakse ruudukujulise ristlõikega ava, mille sümmeetriatelg ühtib risttahuka sümmeetriateljega, mis on paralleelne külgservaga b. Ava ruudukujulise ristlõike külg on d, kusjuures $2r \leq d$.

Avaldage detaili

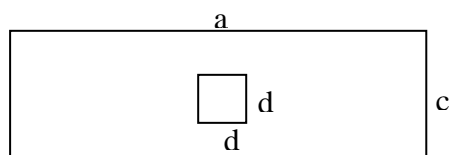
1. välispinna pindala;
2. ruumala;
3. õõnsuste pindala.

Lahendus.

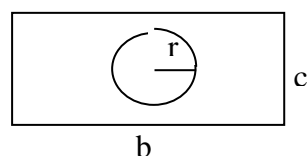
Vaatleme esmalt, millistest osadest välispind koosneb. Saame kolm erinevat kujundit.



Pindala on $S = ab$



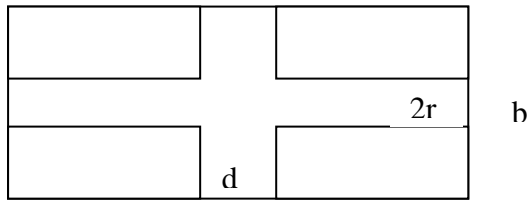
Pindala on $S = ac - d^2$



Pindala on $S = bc - \pi r^2$

Kuna iga kujundi vastastahk on samasugune, siis saame välispinna pindalaks $S = 2(ab + ac + bc - d^2 - \pi r^2)$.

Järgmiseks leiame ruumala. Vaatleme kujundi läbilõiget pealtvaates.



Risttahuka ruumala ilma väljalõigeteta on $V_{RT} = abc$;

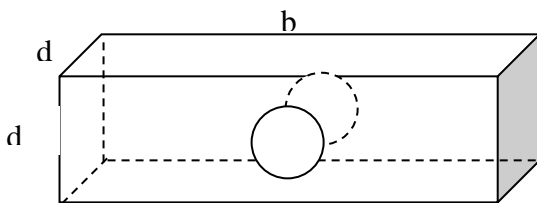
Risttahukakujulise väljalõike ruumala on $V_1 = d \cdot d \cdot b = d^2 b$;

Silindrikujulise väljalõike ruumala on $V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot (a - d)$, kuna $2r \leq d$.

Saame detaili a alaks $V = abc - d^2 b - \pi V_2 = \pi r^2 (a - d)$

Viimaseks leiame õõnsuste pindala.

Vaatleme esmalt risttahukakujulist õõnsust.



Risttahuka kaks tahku on ruudukujulised (korrapärase nelinurkne püstprisma) ning sellest on väljalõigatud 2 ringi. Risttahuka kujulise õõnsuse pindalaks on (neljast ristkülikust lahutada 2 ringi) $S_1 = 4db - 2\pi r^2$.

Silindrikujulise õõnsuse pindala $S_2 = 2\pi r(a - d)$.

Saame õõnsuste pindalaks kokku $S_{\text{õõnsused}} = 4db - 2\pi r^2 + 2\pi r(a - d)$.

Vastus. Välispinna pindala $S = 2(ab + ac + bc - d^2 - \pi r^2)$, detaili ruumala

$V = abc - d^2 b - \pi r^2 (a - d)$ ja õõnsuste pindala $S_{\text{õõnsused}} = 4db - 2\pi r^2 + 2\pi r(a - d)$.

10) Antud on koonus, mille kõrgus on 15 cm ja ruumala $180\pi \text{ cm}^3$. Koonuse sisse on kujundatud silinder.

1. Leidke koonuse põhja raadius R.

2. Avaldage silindri kõrgus h tema põhja raadiuse r kaudu.

3. Avaldage silindri ruumala tema põhja raadiuse r kaudu.

4. Kui suur peab olema silindri põhja raadius, et selle ruumala oleks maksimaalne?

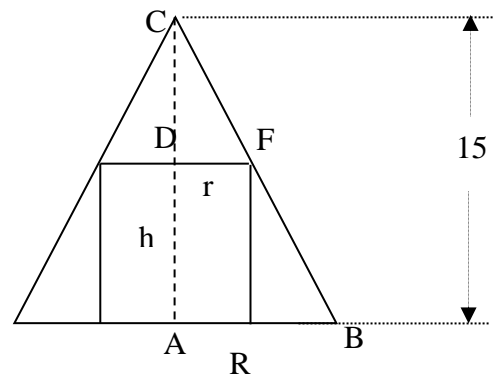
Lahendus.

1. Teame, et koonuse ruumala on

$$\frac{1}{3} \pi R^2 H = 180\pi (\text{cm}^3) \Rightarrow R^2 = \frac{3 \cdot 180\pi}{15\pi} = 36 \Rightarrow$$

$$R = 6(\text{cm}).$$

2. Silindri kõrguse h avaldamiseks tema põhja raadiuse r kaudu saame kirjutada välja võrde (kuna kolmnurgad ABC ja DFC on sarnased)



$$\frac{15}{15-h} = \frac{6}{r} \Rightarrow 6(15-h) = 15r \Rightarrow 90 - 6h = 15r \Rightarrow 6h = 90 - 15r \mid :6 \Rightarrow h = 15 - 2,5r.$$

- Silindri ruumala $V = \pi r^2 h = \pi r^2(15 - 2,5r)$.
- Silindri maksimaalse ruumala leidmiseks lahendame ekstreemumülesande. Kasutame eelmises punktis leitud ruumala avaldist ning ekstreemumi määramiseks leiame selle tuletise nullkohad.

$$V = 15\pi r^2 - 2,5\pi r^3$$

$$V'(r) = 30\pi r - 7,5\pi r^2 = 0$$

$$7,5\pi(4 - r) = 0 \quad V = 15\pi r^2 - 2,5\pi r^3$$

$$r_1 = 0 \text{ ei sobi}$$

$$r_2 = 4$$

Kontrollime nüüd teise tuletise abil, kas $r = 4$ annab ka maksimaalse ruumala.

$$V''(r) = 30\pi - 15\pi r = 30\pi - 15\pi \cdot 4 = -30\pi < 0, \text{ st. tegemist on}$$

maksimumkohaga.

Vastus. Koonuse põhja raadius on 6 cm ja silindri kõrgus avaldub $h = 15 - 2,5r$. Silindri ruumala avaldub $V = 15\pi r^2 - 2,5\pi r^3$ ning maksimaalse ruumala annab raadius $r = 4$ cm.

11) Kerasse raadiusega 6 cm on kujundatud koonus telglõike tipunurgaga 60° . Leia kera ja koonuse ruumalade vahe.

Lahendus.

$$\text{Kera ruumala } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3).$$

Kuna koonuse telglõike tipunurk on 60° , siis on tema telglõikeks võrdkülgne kolmnurk.

Võrdkülgse kolmnurga kõrgus avaldub külje

$$\text{kaudu } h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

Teame, et kera raadius 6 cm moodustab

koonuse telglõike kõrgusest $\frac{2}{3}$ (mediaanide

lõikepunkti omaduse põhjal)

$$\frac{2}{3}H = R \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = 6 \left| \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{18}{\sqrt{3}} \left| \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = 6\sqrt{3}(\text{cm}).$$

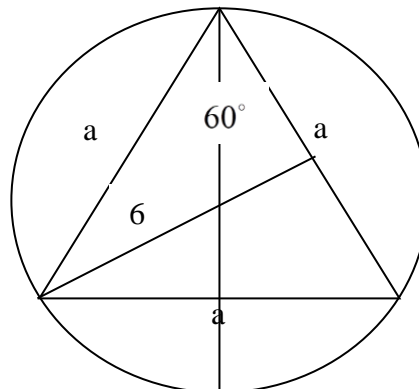
Seega koonuse raadius on $r = 0,5a = 0,5 \cdot 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$.

Kuna $\frac{2}{3}$ kõrgusest on 6 cm, siis on koonuse kõrgus $H = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9(\text{cm})$.

$$\text{Leiame koonuse ruumala } V = \frac{1}{3}\pi r^2 H = \frac{1}{3}\pi(3\sqrt{3})^2 \cdot 9 = \frac{1}{3}\pi \cdot 27 \cdot 9 = 81\pi(\text{cm}^3)$$

Kera ja koonuse ruumalad vahe on $288\pi - 81\pi = 207\pi(\text{cm}^3)$.

Vastus. Kera ja koonuse ruumalade vahe on $207\pi \text{ cm}^3$.



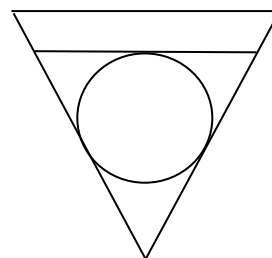
HARJUTUSÜLESANDED

- 1) Korrapärase kolmnurkse prisma kujulisse anumasse valati 1900 cm³ vett ning lisati metallist detail. Seejuures tõusis veetase 20 cm-lt 22 cm-le. Leia detaili ruumala.
V: 190
- 2) Koonuse ruumala on 48 ü³. Läbi koonuse telje keskpunkti pandi põhjaga paralleelne tasand, mis on põhjaks väiksemale koonusele. Leia väiksema koonuse ruumala. V:6
- 3) Riigieksam 1998 On antud korrapärase nelinurkne püramiid, mille külgserva ja põhja vahelise nurga tangens on 3 ning põhja diagonaal 8 cm. Püramiidi sisse on kujundatud korrapärase nelinurkne prisma nii, et selle alumine põhi asub püramiidi põhjal ja ülemine põhja servad külgtahkudel. a) Avalda prisma ruumala tema põhja diagonaali d kaudu. b) Millise d väärtuse korral on prisma ruumala maksimaalne?

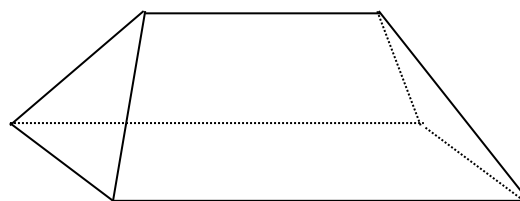
Arvuta prisma maksimaalne ruumala? V: $V = 6d^2 - 0,75d^3$; $56\frac{8}{9}$ cm³

- 4) Riigieksam 1998 Koonuse tipp asub punktis T(0;0;8), punkt A(3√2; 3√2; 16) paikneb põhja ümberringjoonel ja põhja raadius on 8 cm. Leia koonuse täispindala. Kui kaugete tipust tuleb teha põhjaga paralleelne lõige, mille pindala on veerand põhja pindalast? V: S_t = 144π cm²; 3 cm
- 5) Silindri telglõige ja põhi on pindvõrdsed. Avalda silindri täispindala, kui silindri kõrgus on h. V: $4h^2\left(\frac{2}{\pi} + 1\right)$
- 6) Kolmnurkse korrapärase püramiidi kõik külgtahud moodustavad põhitahuga nurga 60° ja apoteem on 12 cm. Leia püramiidi täispindala ja ruumala .
V: S_t = 324√3 cm² ja V = 648 cm³
- 7) Trapets, mille alused on 4 cm ja 9 cm ning haarad on 3 cm ja 4 cm, pöörleb ümber pikema aluse. Leia tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala. V: V = 32,64π cm³ ja S = 36π cm²
- 8) Romb, mille külg on a ja üks nurkadest 30°, pöörleb külje ümber. Avalda pöördkeha pindala ja ruumala. V: S = 2πa² üh², V = 0,25πa³ üh³
- 9) Riigieksam 2000 (20p)

Koonusekujulise anuma telglõike tipunurk on 60°. Anumasse asetatakse raske kuul raadiusega r ja valatakse vett kuni veenivoo katab kuuli. Leia veenivoo kõrgus pärast kuuli eemaldamist. V: $r\sqrt[3]{15}$



- 10) Riigieksam 2001 Telgi põhjaks on ristkülik, mille pikkus on a ja laius b. Telgi katus koosneb kahest kolmnurgast ja kahest trapetsist, mis lõikuvad horisontaaltasapinnaga nurga α all. Leidke
 - a) telgi harja pikkus
 - b) telgi kõrgus
 - c) telgi katuse pindala
 - d) telgi ruumala.

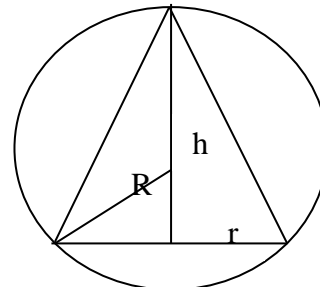


V: a – b; $\frac{b \tan \alpha}{2}$; $\frac{ab}{\cos \alpha}$; $\frac{1}{12}b^2(3a - b) \tan \alpha$;

11) Riigieksam 2002 Torni koonusekujulise katuse läbimõõt, mõõdetuna kõige laiemast kohast, on 8,0 m ja kõrgus 4,2 m. Mitu kilogrammi värvi tuleks osta torni katuse värvimiseks, kui ühe ruutmeetri värvimiseks kulub 200 g värvi? V : 15 kg

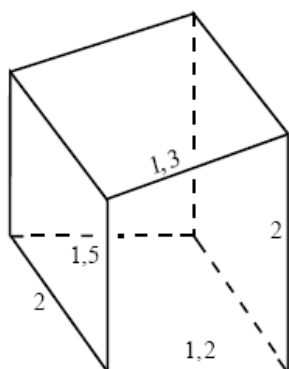
12) Riigieksam 2002 (20 p.) On antud kera ruumalaga $36\pi \text{ cm}^3$. Kera sisse on kujundatud koonus.

- Leidke kera raadius R .
- Avaldage koonuse põhja raadius r kõrguse h kaudu.
- Avaldage koonuse ruumala kõrguse h kaudu.
- Kui suur peab olema koonuse kõrgus h , et koonuse ruumala oleks maksimaalne?



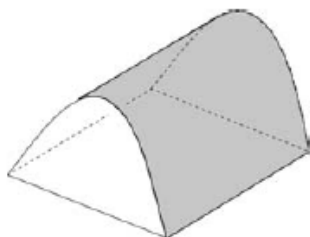
V : $R = 3 \text{ cm}$; $r = \sqrt{6h - h^2}$; $V = \frac{1}{3}\pi h^2(6 - h)$; $h = 4 \text{ cm}$;

13) Riigieksam 2003 (5p)

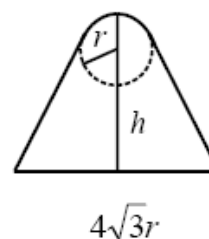


Maja seina vastu ehitatakse kilest kasvuhoone, mille esiseina kõrgus on 1,5 m ja tagaseina kõrgus on 2 m (vt joonist). Põhja mõõtmed on 1,2 m ja 2 m ning katuselati pikkus 1,3 m. Kui palju kulub kilet katuse, trapetsikujuliste külgseinte ja esiseina katmiseks? V : $9,8 \text{ m}^2$

14) Riigieksam 2003 (20p) Varikatuse ristlõige (vt jooniseid) on saadud võrdkülgsest kolmnurgast selle ühe nurga ümardamisega ringjoone kaarega, mille raadius on r . Sealjuures kolmnurga kaks külge on ringjoone puutujateks. Varikatuse laius ja pikkus on vastavalt $4\sqrt{3}r$ ja b . Leidke varikatuse pindala S , katusealuse ruumala V ja kõrgus h .



Ristlõige



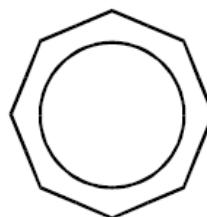
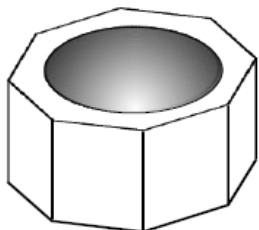
V : $S = \left(6\sqrt{3}r + \frac{2\pi r}{3}\right) \cdot b$; $V = \left(11\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right) r^2 \cdot b$; $h = 5r$.

15) Riigieksam 2004 (20p) Lillepott on korrapärane kaheksanurkne prisma, mille õõnsus on poolkera (vt joonist). Sealjuures

- poolkera suuringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,
- poolkera sümmeetriatelg ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,
- poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,
- lillepoti põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgselina paksusega (kõige õhemas kohas).

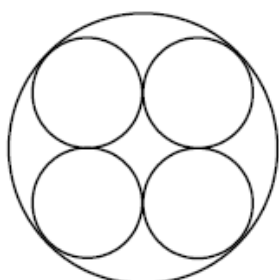
(1) Avaldage poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.

- (2) Milline peaks olema a väärtus täissentimeetrites, et õõnsuse maht oleks vähemalt 0,5 liitrit?



$$V: V = \frac{a^3}{2 \tan^2 22,5^\circ} = \frac{a^3(\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}-1)}; a \geq \sqrt[3]{\tan^2 22,5^\circ} \approx 0,56 \text{ dm.}$$

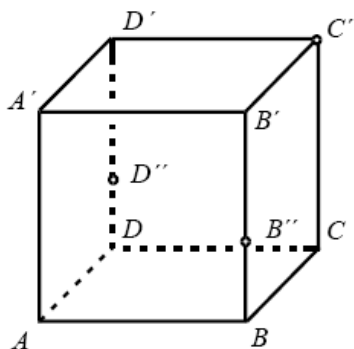
- 16) Riigieksam 2005 (10p)



Pallikarbi pealtvaade

Silindrikujulisse kaanega karpi on paigutatud 4 ühesuurust palli, nii et iga pall puutub karbi põhja, kaant ja külgsena ning kahte naaberpalli (vt joonist). Kui suure osa karbi ruumalast täidavad pallid? V : ligikaudu 46%.

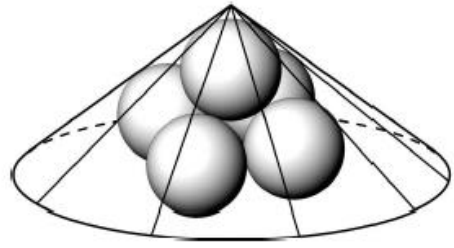
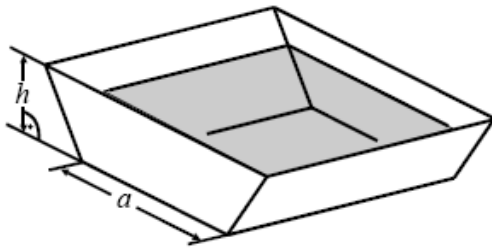
- 17) Riigieksam 2005 (20p) Kuubi $ABCD A' B' C' D'$ servadel BB' ja DD' asetsevad vastavalt punktid B'' ja D'' , mis jaotavad need servad alates punktidest B ja D suhtes 1 : 2 (vt joonist). Läbi punktide C' , B'' ja D'' on asetatud tasand γ . Kujutage tekkinud kuubi lõike joonisel.



1. Millises suhtes jaotab lõike kuubi served AD ja AB ?
2. Avaldage lõike pindala, kui kuubi serv on a .

$$V: \text{Lõige poolitab põhiservad; } S = \frac{7\sqrt{17}a^3}{24}.$$

- 18) Riigieksam 2006 (20p) Küna (vt joonist) otsad on võrdhaarsed trapetsid, mis on põhjaga risti ja mille üks alus on teisest 30% võrra pikem. Küna külgsenad ja põhi on ristkülikud, põhja laius on a . Küna sügavus on h ja vee sügavus künas on $0,5 h$. Küna kallutatakse ühele külgsenale, kuni vastaskülgsen väljub täielikult veest. Tehke kindlaks, kas osa veest voolab seejuures üle küna ääre.



V: Osa veest voolab kallutamisel välja.

19) Riigieksam 2007 (20p) Koonuse põhjal on neli ühesuurust kera, millest igaüks puutub ülejäänud keradest kahte. Nendel keradel asetseb viies niisama suur kera, vt joonist. Iga kera puutub koonuse külgpinda. Leidke kaugus viienda kera kõige kõrgemast punktist koonuse põhjani ja koonuse telglõike tipunurga suurus, kui kerade raadius on r .

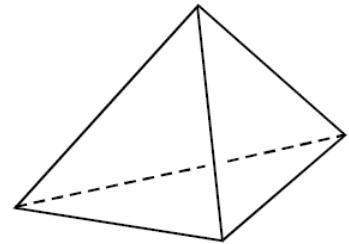
V: $r(2 + \sqrt{2}); 90^\circ$.

22) Riigieksam 2008(20p). Kolmnurkse püramiidi $OABC$ servadel OA ja OB asetsevad vastavalt punktid K ja L , mis jaotavad need servad tipust O alates suhtes $1 : 2$ ja $2 : 1$.

1) Tähistage püramiidi tipud ja täiendage joonist lõiketasandiga CKL .

2) Millises suhtes jaotab lõiketasand CKL püramiidi

ruumala? V: $\frac{2}{9}$



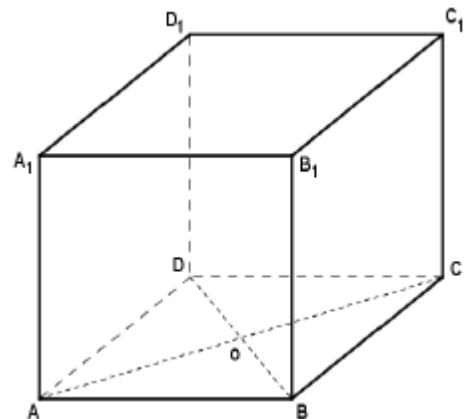
23) Riigieksam 2009(20p) Püströöptahuka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (vt joonist) põhjaks on romb $ABCD$, mille teravnurk $\angle BAD = \alpha$ ja diagonaal $BD = d$. Püströöptahuka diagonaal CA_1 moodustab põhitahuga nurga β .

1) Avalda püströöptahuka diagonaallõigete pindalad nurkade α ja β ning diagonaali d kaudu.

2) Antud püströöptahukasse on kujundatud püramiid OA_1KL , kus punktid K ja L on vastavalt püströöptahuka servade D_1C_1 ja C_1B_1 keskpunktid ning punkt O on rombi $ABCD$ diagonaalide lõikepunkt. Leia püströöptahuka ja püramiidi OA_1KL ruumalade suhe.

3) Näita, et sirge A_1O on risti sirgega BD .

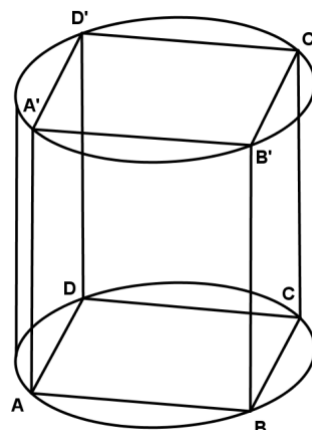
V: $S_1 = \frac{d^2 \tan \beta}{\tan^2 \frac{\alpha}{2}}; S_2 = \frac{d^2 \tan \beta}{\tan \frac{\alpha}{2}}; 8:1$.



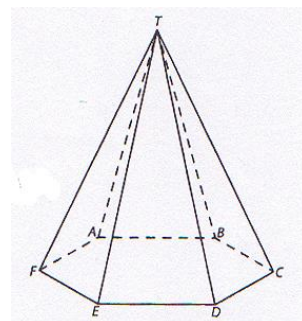
24) Riigieksam 2010 (20p) Silindris on risttahukas $ABCD A'B'C'D'$ (vt joonist). Risttahuka pikem põhiserv on a ja põhitahu diagonaalidevaheline teravnurk on α . Risttahuka diagonaal moodustab külgtahuga, mille pindala on väiksem, nurga β .

1. Avaldage silindri külgpindala a , α ja β kaudu.
2. Näidake, et $a = \sqrt{3}$ cm, $\alpha = 60^\circ$ ja $\beta = 45^\circ$ korral on silindri külgpindala $2\pi \sqrt{2}$ cm².

$$V: S_k = \frac{3\pi \sqrt{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \beta}}{\cos \frac{\alpha}{2} \tan \beta}.$$

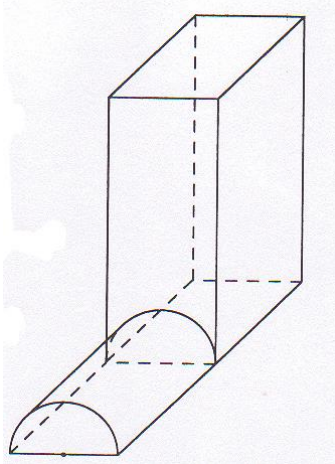


25) Riigieksam 2011 (10p) Korrapärase kuusnurkse püramiidi $TABCDEF$ külgpindala on 1,2 dm² ja põhja pindala $24\sqrt{3}$ cm². Arvuta püramiidi kõrgus.



$$V: 2\sqrt{22} \text{ cm}$$

26) Riigieksam 2011 (20p) Hoone madalam osa on poolsilindri- ja kõrgem osa risttahukakujuline. Risttahuka laius on võrdne poolsilindrikujulise otsaseina diameetriga d . Risttahuka pikkus ja laius suhtuvad nagu 3 : 2 ning selle kõrgus on 2 korda suurem madalama osa pikkusest. Silindrikujulise osa katuse pinnalaotuse übermõõt on P .



- 1) Avalda kogu hoone ruumala übermõõdu P ja diameetri d kaudu.
- 2) Kui suur peaks antud P väärtuse korral olema poolringikujulise otsaseina raadius, et madalama osa katuse pindala oleks võimalikult suur?

$$V: V = \frac{d^2(P - \pi d)(\pi + 24)}{16}; r = \frac{P}{4\pi}.$$

27) Riigieksam 2012 (10p) Kolmnurkse püstprisma põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 6,7 ja 9,4 cm ning nendevaheline nurk 34° . Nurk prisma väikseima pindalaga külgtahu diagonaali ja põhitahu vahel on 45° . Tehke selgitav joonis ja arvutage selle prisma täispindala.

$$V: 150,5 \text{ cm}^2$$

28) Riigieksam 2012 (20p) Võrdhaarne teravnurkne kolmnurk haaraga b ja tipunurgaga β pöörleb ümber ühe haara.

1. Avaldage tekkinud pöördkeha täispindala ning ruumala haara b ja tipunurga β kaudu.

2. Arvutage tekkinud pöördkeha täispindala ja ruumala, kui

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} - 81^{0.75} \text{ ja } \beta = 30^\circ.$$

$$V: V = \frac{\pi b^3 \sin^2 \beta}{3} = \frac{343\pi}{12}; S = \pi b^2 \sin \beta \left(1 + \sqrt{2(1 - \cos \beta)}\right) = \frac{49\pi(1 + \sqrt{2 - \sqrt{3}})}{2}.$$

29) Riigieksam 2013 (10p) Silindri täispindala on $152\pi \text{ dm}^2$. Kui selle silindri raadiust vähendada kaks korda ja kõrgus jätta samaks, siis väheneb silindri täispindala $84\pi \text{ dm}^2$ võrra. Leia esialgse silindri kõrgus ja raadius. **V:** $r = 4 \text{ dm}$ ja $H = 15 \text{ dm}$.

30) Riigieksam 2013 (20p) Kerasse raadiusega R on kujundatud korrapärane kolmnurkne püramiid nii, et kõik püramiidi tipud puudutavad kera pinda.

1) Kui kaugel kera keskpunktist peab asuma püramiidi põhi, et püramiidi ruumala oleks maksimaalne?

2) Leia püramiidi ja kera ruumalade suhe.

31) Riigieksam 2014 (10p) Püramiidi KABCD põhjaks on ruut ABCD. Püramiidi külgtahk KAB on risti põhjaga. Selle külgtahu kõrgus FK jaotab lõigu AB nii, et lõikude AF ja BF pikkused suhtuvad nagu 1 : 2. Püramiidi pikim külgserv KC pikkusega $\sqrt{242} \text{ cm}$ moodustab püramiidi põhjaga nurga 45° . Arvutage püramiidi KABCD ruumala.

$$V : 307 \frac{2}{13}$$

32) Riigieksam 2015 (10p) Püramiidi põhi on kolmnurk, mille kahe külje pikkused on 1 dm ja 2 dm ning nurk nende külgede vahel on 60° . Püramiidi kõik külgservad on pikkusega $\sqrt{10} \text{ dm}$. Tehke ülesande tekstiga sobiv joonis ja arvutage selle püramiidi

$$\text{ruumala. } V : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

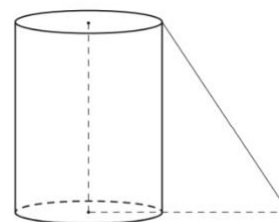
33) Riigieksam 2016 (10p) Silindrikujuline mahuti on trosside abil kinnitatud maapinnale (joonisel on kujutatud üht trossi). Iga trossi kinnituskohd maapinnal on mahutist 4,9 m kaugusel ja iga tross moodustab maapinnaga nurga 55° . Mahuti põhja ümbermõõt on ligikaudu 15,7 m.

1. Arvutage mahuti külgpindala ja ruumala.

2. Kui palju maksaks mahutitüüsi kütust, kui ühe liitri hind on 0,984 eurot? Vastus andke täpsusega 100 eurot.

Märkus. Mahuti põhja ja külpinna paksust arvutustes ei arvestata.

$$V: S_k \approx 109,9(m^2); V \approx 137,3(m^3); 135100 \text{ €}.$$



34) Riigieksam 2016 (10p) Püramiidi ABCDE põhjaks on romb ABCD ja tipust E tõmmatud kõrgus langeb põhiserva AB keskpunkti. Püramiidi ruumala on 1200 cm^3 , kõrgus 30 cm ja põhitahu diagonaalide pikkuste vahe 14 cm. Konstrueerige ülesande tekstile vastav joonis ja arvutage nurk püramiidi lühema külgserva ja põhitahu vahel.

$$V: \angle EAB = 77,8^\circ$$

35) Riigieksam 2016 (10p) Uus postipakkide saatmise süsteem seab saadetava paki mõõtmetele järgmised tingimused:

- pakk peab olema risttahukakujuline;
- paki pikkus ja laius peavad suhtuma nagu 2 : 1;
- paki pikkuse, laiuse ja kõrguse summa peab olema 60 cm. Kui suur peaks olema sellise postipaki kõrgus, et paki ruumala oleks maksimaalne? $V: 20 \text{ cm}$

36) Riigieksam 2017 L (10p) Koonust on lõigatud koonuse tippu läbiva tasandiga, mis moodustab koonuse põhjaga nurga 45° ja eraldab põhja ringjoonest 60° kaare. Koonuse põhja pindala on $48\pi \text{ cm}^2$.

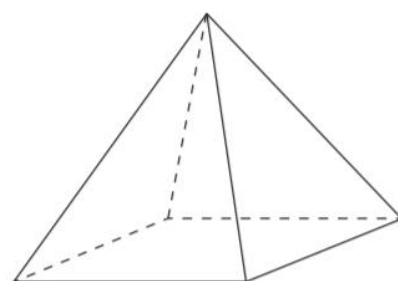
- Tehke ülesande teksti illustreeriv joonis.
- Arvutage lõike pindala täpne väärtus. $V: 12\sqrt{6}$

37) Riigieksam 2017 K (10p)

- Telk on korrapärase nelinurkse püramiidi kujuline (vt joonist).

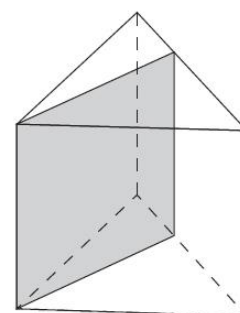
Telgi külgpindala on 192 m^2 ja põhja pindala on 144 m^2 .

- Arvuta telgi põhiserv ja külgserv.
- Tähista joonisel nurk telgi põhiserva ja külgserva vahel ning arvuta see.
- Arvuta telgi ruumala. Lõppvastus anna täpsusega 1 m^3 .



$V: a = 12, l = 10; \alpha = 53^\circ; 254 \text{ m}^3$

38) Riigieksam 2018 L Korrapärane kolmnurkne püstprisma, mille põhiserv on 12 cm ja ruumala $540\sqrt{3} \text{ cm}^3$, on lõigatud kaheks osaks tasandiga, mis läbib prisma üht külgserva ja jaotab põhiserva suhtes $3 : 5$ (vt joonist). Arvutage lõikamise tulemusel tekkinud suurema ruumalaga kolmnurkse püstprisma külgpindala täpne väärtus. $V: 450 \text{ cm}^2$



39) Riigieksam 2018 K Koonuse moodustaja on 10 cm ja selle kolmnurga telglõike tipunurk on 120° . Tehke illustreeriv joonis ning arvutage koonuse täispindala ja ruumala.

$V: S = 25\pi(3 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2; V = 125\pi \text{ cm}^3$

40) Riigieksam 2019 K Kohvik kasutab kahes suuruses risttahukakujulisi koogikarpe. Mõlema karbi põhi on ruudukujuline. Väiksema koogikarbi kõrgus on 6 cm ja ruumala 864 cm^3 . Suurema koogikarbi ruumala on 2 dm^3 ja selle põhiserv on neli korda pikem kui kõrgus.

- Arvutage väiksema koogikarbi diagonaali pikkus ja suurema koogikarbi kõrgus.
- Kas väike koogikarp tervikuna mahub suure koogikarbi sisse? Põhjendage oma vastust. $V: 18 \text{ cm}$ ja 5 cm ; ei mahu.

41) Riigieksam 2019 L Püramiidi $EABCD$ põhi on ruut $ABCD$. Püramiidi külgserv DE on ka püramiidi kõrgus. Püramiidi külgtahu ADE pindala on $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ja külgserv AE moodustab põhitahuga nurga 60° . Arvutage külgserva BE täpne pikkus ning selle külgserva ja põhitahu vaheline nurk. $V: 6\sqrt{5} \text{ cm}, 50^\circ 46'$

42) Riigieksam 2020 L

Püramiidi $EABCD$ põhjaks on ristkülik $ABCD$, mille diagonaalide vaheline nurk on 60° ning diagonaali ja lühema külje pikkuste summa on 36 m. Püramiidi kõrgus toetub ühte ristküliku tippu. Püramiidi pikim külgserv moodustab põhjaga 30° nurga. Tehke ülesande tekstile vastav joonis ja arvutage püramiidi täpne ruumala. $V: 1152 \text{ m}^3$

43) Riigieksam 2020 K Koonusekujulise torniosa moodustaja on 6 m ning nurk moodustaja ja põhja vahel on 30° .

1. Arvutage koonusekujulise torniosa ruumala ja külgpindala.
2. Mitu liitrit värvi kulub koonusekujulise torniosa välispinna värvimiseks, kui 2,7 liitriga saab värvida 32 m^2 ?

NB! Vastus ümardage kümnendikeni. $V: 8,3 \text{ l}$

44) Riigieksam 2021 L

Silindri ruumala on $\frac{250\pi}{\sqrt{3}} \text{ cm}^3$ ja silindri telglõike diagonaal moodustab silindri põhjaga

nurga 30° . Koonusel on selle silindriga ühesugune põhi ning silindri ja koonuse täispindalad on võrdsed. Arvutage koonuse kõrgus täpsusega 10^{-1} cm . $V: 15,8 \text{ cm}$

45) Riigieksam 2021 K Mare keetis putru silindrikujulises potis, mille sisemine läbimõõt oli 24 cm. Poti sisemine kõrgus oli 15 cm.

1. Kas sellesse potti mahub 7 liitrit putru? Põhjendage oma vastust.
2. Pudru segamiseks kasutas Mare 26 cm pikkust lusikat. Kogemata libises lusikas käest ja vajus täiesti pudru sisse. Mitu liitrit putru pidi potis selleks vähemalt olema? Arvutage minimaalne kogus ja esitage täpsusega 0,1 liitrit. Lusika kuju ja paksus jätke arvestamata. $V: \text{Ei. } 4,6 \text{ liitrit.}$

46) Riigieksam 2022 L Kolmnurga küljed on 3 dm ja 5 dm ning nendevaheline nurk on 120° . Kolmnurk pöörleb ümber pikima külje. Leidke tekkinud pöördkeha pindala ja ruumala. $V: \text{Pöördkeha pindala on } 46,6 \text{ cm}^2 \text{ ja ruumala } 25,2 \text{ cm}^3.$

47) Riigieksam 2022 K Klaaspakendite konteiner (vt joonist) koosneb silindri- ja selle peal asetsevast koonusekujulisest osast. Silindrikujulise osa kõrgus on 1,6 meetrit ja põhja ümbermõõt 4,7 meetrit. Koonusekujulise osa moodustaja ja põhja vaheline nurk on 21° .

1. Leidke klaaspakendite konteineri ruumala, arvestamata konteineri seinte paksust.
2. Olmeprügi konteineri ruumala on 770 liitrit. Kumba konteineri ruumala on suurem? Põhjendage oma vastust.

$V: \text{Konteineri ruumala on } 3 \text{ m}^3. \text{ Klaaspakendi konteineri ruumala on suurem.}$



