

KORDAMINE RIIGIEKSAMIKS I

ARVUTAMINE JA ALGRBRALINE TEISENDAMINE

Esmalt oleks vaja tuletada meelde järgmised valemid ja reeglid:

Tähega **N** tähistatakse **naturaalarvude hulka**, st. arvud, mida saame loendamise teel (1, 2, 3, ...). Vahel arvatakse ka arv 0 naturaalarvude hulka.

Tähega **Z** tähistatakse kõikide **täisarvude hulka** (... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...)

Tähega **Q** tähistatakse kõikide **ratsionaalarvude hulka**.

Tähega **I** tähistatakse kõikide **irratsionaalarvude hulka (mitteperioodilised lõpmatud kümnendmurrud)**.

Tähega **R** tähistatakse kõikide **reaalarvude hulka**. $R = Q \cup I$

1) Arvu aste.

a) $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, kui $n \in N$
tegurit

b) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Näide: $x^8 \cdot x^5 = x^{13}$

c) $a^m : a^n = a^{m-n}$

Näide: $y^9 : y^3 = y^6$

d) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Näide: $x^5 \cdot y^5 = (xy)^5$

e) $a^n : b^n = (a : b)^n$

Näide: $x^3 : y^3 = (x : y)^3$

f) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Näide: $(x^3)^7 = x^{21}$

g) $(-a)^{2n} = a^{2n}$, kui $a > 0$, $n \in Z$, st. paarisarvulise astendaja korral saame positiivse tulemuse.

h) $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$, kui $a > 0$, $n \in Z$, st. paaritu arvulise astendaja korral saame negatiivse tulemuse.

i) $a^0 = 1$, kui $a \neq 0$. NB! $0^n = 0$, kui $n \neq 0$

j) 0^0 sellel avaldisel väärtus puudub!

k) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, kui $a \neq 0$ ja $n \in Z$

Näide: $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$

l) $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Näide: $\frac{1}{x^{-3}} = x^3$

m) $(\sqrt[2n+1]{a})^{2n+1} = a$

$$\text{n) } (\sqrt[n]{a})^{2n} = |a|, \text{ st. } \begin{cases} a, \text{ kui } a \geq 0 \\ -a, \text{ kui } a < 0 \end{cases}$$

$$\text{o) } \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\text{Näide: } \sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$$

$$\text{p) } \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\text{Näide: } \sqrt[5]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y}}$$

$$\text{q) } \sqrt[m]{a^{pn}} = \sqrt[m]{a^p}$$

$$\text{Näide: } \sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$$

$$\text{r) } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{Näide: } \sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[12]{x}$$

$$\text{s) } (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{Näide: } (\sqrt[3]{x})^2 = \sqrt[3]{x^2}$$

$$\text{t) } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \text{ kui } a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Näide: } x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$$

2) Korrutamise abivalemid

$$\text{a) } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{b) } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{c) } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{d) } (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

3) Hulkliikme lahutamine teguriteks

a) Ühise teguri sulgude ette toomine

$$\text{Näide: } 6a^2b - 12a^3b^4 + 18a^4b^3 = 6a^2b(1 - 2ab^3 + 3a^2b^2)$$

b) Valemite kasutamine

$$\text{(1) } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\text{Näide: } 4x^2 - 9 = (2x - 3) \cdot (2x + 3)$$

$$\text{(2) } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{(3) } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{Näide: } 125a^3 - 8b^3 = (5a - 2b) \cdot (25a^2 + 10ab + 4b^2)$$

$$\text{(4) } a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

c) Ruutkolmliikme lahutamise teguriteks

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, milles x_1 ja x_2 on ruutvõrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ lahendid.

Näide: Tegurdame ruutkolmliikme $4x^2 - 17x + 4$.

Lahendame ruutvõrrandi $4x^2 - 17x + 4 = 0$, milleks kasutame ruutvõrrandi lahendivalemit

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4}}{2 \cdot 4} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 0,25$$

Võime leida lahendid ka nii, et esmalt kontrollime kas võrrandil on üldse lahendeid, st. leiame ruutvõrrandi diskriminandi D . Avaldist $b^2 - 4ac$ nimetatakse ruutvõrrandi diskriminandiks ning ruutvõrrandil

(1) on kaks erinevat lahendit, kui $D > 0$

(2) on kaks võrdset lahendit, kui $D = 0$

(3) lahendid puuduvad, kui $D < 0$.

Antud juhul $D = 17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225 > 0$, st. on 2 erinevat lahendit ja nüüd leiame

need $x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$ ning $x_1 = 4$ ja $x_2 = 0,25$.

Saame

$$4x^2 - 17x + 4 = 4(x - 4)(x - 0,25) = (x - 4)(4x - 1).$$

NÄITEÜLESANDED.

1) Leidke avaldise $0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 16^{0,75} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + 7,5^0$ väärtus.

Lahendus.

$$0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 16^{0,75} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + 7,5^0 =$$

$$\sqrt[3]{\frac{1000}{27}} - (-2)^2 + 16^{\frac{3}{4}} - (-3) + 1 = \frac{10}{3} - 4 + \sqrt[4]{16^3} + 3 + 1 =$$

$$3\frac{1}{3} + 2^3 = 3\frac{1}{3} + 8 = 11\frac{1}{3}$$

Vastus. Avaldise väärtuseks on $11\frac{1}{3}$

2) Leidke avaldise väärtus: $\frac{4 - 4 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}}{2 - 5^{\frac{1}{3}}} + \sqrt[3]{5}$

Lahendus. Murru lugeja esitab vahe ruudu valemit

$$\frac{4 - 4 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}}{2 - 5^{\frac{1}{3}}} + \sqrt[3]{5} = \frac{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^2}{2 - 5^{\frac{1}{3}}} + \sqrt[3]{5} = \frac{\left(2 - 5^{\frac{1}{3}}\right)^2}{2 - 5^{\frac{1}{3}}} + \sqrt[3]{5} = 2 - 5^{\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{5} = 2$$

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime 2.

3) Lihtsustage avaldis.

$$x^{-\frac{3}{2}} y (xy^{-2})^{-\frac{1}{2}} (x^{-1})^{-\frac{2}{3}}$$

Lahendus.

$$x^{-\frac{3}{2}} y (xy^{-2})^{-\frac{1}{2}} (x^{-1})^{-\frac{2}{3}} = x^{-\frac{3}{2}} \cdot y \cdot x^{-\frac{1}{2}} y^1 \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{-\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}} y^2 = x^{-2 + \frac{2}{3}} y^2 = x^{-\frac{4}{3}} y^2 = x^{-\frac{4}{3}} y^2 = \frac{y^2}{x^{\frac{4}{3}}} = \frac{y^2}{\sqrt[3]{x^4}} = \frac{y^2}{\sqrt[3]{x^3 x}} = \frac{y^2}{x \sqrt[3]{x}} = \frac{y^2}{x^{\frac{4}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{x^2} y^2}{x^2}$$

Vastus. Avaldise lihtsustamise tulemuseks on $\frac{y^2}{x \sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^2} y^2}{x^2}$

4) Arvutage avaldise $\left[\frac{a+c}{a^3c+a^2-ac-1} + \frac{ac+1}{1-a^2} : (a+c) \right] \cdot \frac{a^3+c^3}{3-3c^2}$ väärtus, kus a ja c on ruutvõrrandi $x^2 + 3x - 3 = 0$ lahendid.

Lahendus.

Esmalt lihtsustame antud avaldise.

a) Leiame sulgudes oleva jagatise

$$\frac{ac+1}{1-a^2} : (a+c) = \frac{(ac+1) \cdot 1}{(1-a^2)(a+c)} = \frac{ac+1}{(1-a)(1+a)(a+c)}$$

b) Sulgudes oleva esimese murru nimetaja lihtsustamiseks kasutame rühmitamisvõtet

$a^3c + a^2 - 1 \cdot (ac + 1) = a^2(ac + 1) - 1 \cdot (ac + 1) = (ac + 1)(a^2 - 1)$ ja saame murruks

$$\frac{a+c}{(ac+1)(a^2-1)}$$

c) Nüüd summa avaldub

$$\frac{a+c}{(ac+1)(a+1)(a-1)} + \frac{ac+1}{-(a+c)(a-1)(a+1)} = \frac{(a+c)(a+c) - (ac+1)(ac+1)}{(a+1)(a-1)(ac+1)(a+c)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2ac + c^2 - a^2c^2 - 2ac - 1}{(a+1)(a-1)(ac+1)(a+c)} = \frac{a-b = -(b-a)}{(a+1)(a-1)(ac+1)(a+c)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 + c^2 - a^2c^2 - 1}{(a^2 - 1)(ac + 1)(a + c)} = \frac{a^2 - a^2c^2 - 1 + c^2}{(a^2 - 1)(ac + 1)(a + c)} = \\
&\frac{a^2(1 - c^2) - (1 - c^2)}{(a^2 - 1)(ac + 1)(a + c)} = \frac{(1 - c^2)(a^2 - 1)}{(a^2 - 1)(ac + 1)(a + c)} = \\
&= \frac{1 - c^2}{(ac + 1)(a + c)}.
\end{aligned}$$

d) Lõpuks leiame korrutise $\frac{(1 - c^2) \cdot (a + c)(a^2 - ac + c^2)}{(ac + 1)(a + c) \cdot 3(1 - c^2)} = \frac{a^2 - ac + c^2}{3(ac + 1)}$.

Kuna a ja c on ruutvõrrandi $x^2 + 3x - 3 = 0$ lahendid, siis Viete'i teoreemi põhjal $a + c = -3$ ja $ac = -3$.

Nüüd teisendame lugeja täisruuduks liites ja lahutades $3ac$:

$$\frac{(a^2 - ac + c^2 + 3ac) - 3ac}{3(ac + 1)} = \frac{(a^2 + 2ac + c^2) - 3ac}{3(ac + 1)} = \frac{(a + c)^2 - 3ac}{3(ac + 1)} = \frac{(-3)^2 - 3 \cdot (-3)}{3 \cdot (-3 + 1)} = -3$$

Loomulikult võib leida ka ruutvõrrandi $x^2 + 3x - 3 = 0$ lahendid ja need lihtsustatud avaldisse asemele panna.

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime $\frac{(a + c)^2 - 3ac}{3(ac + 1)}$ ning avaldise

väärtuseks -3 .

5) Lihtsustage avaldis

$$\frac{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}}$$

Lahendus. Murru nimetajas kasutame valemit $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ning lugejas murru laiendamisel summa ja vahe ruudu valemit.

$$\frac{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}} =$$

$$\frac{(x + 1 + \sqrt{x^2 - 1})(x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}) + (x + 1 - \sqrt{x^2 - 1})(x + 1 - \sqrt{x^2 - 1})}{(x + 1 - \sqrt{x^2 - 1})(x + 1 + \sqrt{x^2 - 1})} =$$

$$= \frac{(x + 1)^2 + 2(x + 1)\sqrt{x^2 - 1} + x^2 - 1 + (x + 1)^2 - 2(x + 1)\sqrt{x^2 - 1} + x^2 - 1}{(x + 1)^2 - (\sqrt{x^2 - 1})^2} =$$

$$\frac{2(x + 1)^2 + 2(x^2 - 1)}{(x + 1)^2 - x^2 + 1} = \frac{2x^2 + 4x + 2 + 2x^2 - 2}{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 1} = \frac{4x^2 + 4x}{2x + 2} = \frac{4x(x + 1)}{2(x + 1)} = 2x$$

Sama tulemuse saad ka siis, kui otsustad esmalt mõlemas liidetavas irratsionaalsuse nimetajast kaotada ning siis alustad liitmist.

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime $2x$.

6) Lihtsustage avaldis $\frac{x-1}{x^{0,75} + x^{0,5}} \cdot \frac{x^{0,5} + x^{0,25}}{x^{0,5} + x^0} \cdot x^{0,25} + 1$ ja arvuta selle väärtus,

kui $x = 16$.

Lahendus. Näpunäide: kümnendmurrulised astendajad teisendame harilikuks murruks

ning seejärel vajaduse korral juurteks! Näiteks $x^{0,75} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$.

Antud juhul teisendame tegurdamiseks juurt $\sqrt[4]{x^3} = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^2}$

$$\frac{x-1}{x^{0,75} + x^{0,5}} = \frac{x-1}{\sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{x^2} + \sqrt{x}} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x} + 1)}$$

$$\text{a) } \frac{x^{0,5} + x^{0,25}}{x^{0,5} + x^0} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt[4]{x^2} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt[4]{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt[4]{x} = \frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot (\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt[4]{x^2}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} - 1$$

$$\text{d) } \sqrt{x} - 1 + 1 = \sqrt{x}$$

$$\text{e) } \sqrt{x} = \sqrt{16} = 4$$

Vastus: Avaldise lihtsustamise tulemuseks saime \sqrt{x} ning avaldise väärtuseks 4.

7) RE 2009 lisaeksam

a) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} + \sqrt{x}} \right)^{-1} : \frac{\sqrt{xy} + y}{x + y} + 1$, kus $x > 0$, $y > 0$ ja

$x \neq y$.

b) Leia lihtsustatud avaldise täpne väärtus, kui $x = 7^{\log_{49} 64}$ ja $y = 2 - \ln 1$.

Lahendus.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} + \sqrt{x}} \right)^{-1} : \frac{\sqrt{xy} + y}{x + y} + 1 = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \right]^{-1} : \frac{\sqrt{xy} + y}{x + y} + 1 = \\ & \frac{(x - y)(x + y)}{(x + \sqrt{xy} - \sqrt{xy} + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{y}} + 1 = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + y)}{(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{y}} + 1 = \\ & = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}. \end{aligned}$$

Avaldise väärtus, kui

$$x = 7^{\log_{49} 64} = 7^{\log_7 8} = 8$$

$$y = 2 - \ln 1 = 2 - 0 = 2,$$

siis $\sqrt{\frac{8}{2}} = 2$.

ÜLESANDED

1) Arvuta ilma taskuarvutita

a) $2^{\sqrt{11}+9} \cdot 2^{-8-\sqrt{11}}$

b) $5^{\sqrt{2}+2} : 5^{-1+\sqrt{2}}$

c) $\frac{15^5 \sqrt[28]{a} - 7^7 \sqrt[20]{a}}{4^{35} \sqrt[4]{a}}, a > 0$

d) $\frac{8^{\log_5 50}}{8^{\log_5 2}}$

e) $\log_{\sqrt{7}}^2 49$

f) $\sqrt{325^2 - 300^2}$ V: 2; 125; 2; 64; 16; 125

2) Leia avaldise $61x - 11y + 50$ väärtus, kui $\frac{2x-7y+5}{7x-2y+5} = 9$ V: 10

3) Leia avaldise $f(x-7) + f(13-x)$ väärtus, kui $f(x) = 2x+1$ V: 14

4) Leia avaldise $\sqrt{(x-10)^2} + \sqrt{(x-6)^2}$ väärtus, kui $6 \leq x \leq 10$ V: 4

5) Lihtsusta $\left(\frac{2x^2}{x-y} - x - y \right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2}$. V: $\frac{xy}{x+y}$.

6) Lihtsusta avaldis $2\sqrt{a} - \sqrt{\frac{1-2a}{a} + a} - \frac{\sqrt{a}}{2}$ ja arvuta tema väärtus, kui 1) $a = 1/4$ ja 2) $a = 4$. V: Kui $a \leq 1$, siis $-0,75$ ja kui $a > 1$, siis $1,5$.

7) Lihtsusta $\left(\frac{4x}{x+2} - \frac{x^3-8}{x^3+8} \cdot \frac{4x^2-8x+16}{x^2-4} \right) : \frac{16}{x+2}$. V: $\frac{-1}{x+2}$.

8) Lihtsusta $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right)$. V: $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$.

9) Lihtsusta $\left(\sqrt{x} + \frac{y - \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) : \left(\frac{x}{\sqrt{xy} + y} + \frac{y}{\sqrt{xy} - x} - \frac{x+y}{\sqrt{xy}} \right)$. V: $\sqrt{y} - \sqrt{x}$.

10) Arvuta $3 \log_3 \frac{1}{9} \cdot \left(25^{-\frac{2}{3}} \right)^{0,75} \cdot 4^{\log_2 5} \cdot 16^{-0,25}$. V: -15.

11) Leia arv $\left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{100} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-3}$. Mitu protsenti moodustab leitud arv arvust 50? V: 20 ja 40%.

12) Lihtsusta avaldis $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2} \cdot (a^{-1} + b^{-1}) + \frac{2(a^{-0,5} + b^{-0,5})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3}$ ja arvuta selle väärtus,

kui $a = 1,25$ ning $b = 1/5$. V: $\frac{1}{ab} = 4$.

13) **KRE97** Arvuta avaldiste A ja B väärtused (ilma taskuarvutita)

$$A = \left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{a} \right),$$

$$B = \frac{1^{-1} + 2^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-4)^{-1} \cdot 5 + 0,5^{-2}} \cdot (-3,07)^0. \text{ Mitme protsendi võrra on avaldise B}$$

väärtus väiksem avaldise A väärtusest? **V:** $A = 1, B = 1/4, 75\%$.

14) **RE98** Leia avaldise $\frac{7y^{-1} - 4x^{-1}}{3y^{-1} - x^{-1}}$ väärtus, kui $x : y = 3 : 4$. **V:** 1.

15) **RE98** Leia avaldise $\frac{8^{-x} \cdot 12^{x+2}}{6^{2-x} \cdot 18^x \cdot 2^{1-x}}$ lihtsustus ja näita, et selle väärtus ei sõltu x-i väärtusest. **V:** 2.

16) **RE2000** Lihtsusta avaldist $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x^3}}{x+1} + \frac{1}{x}$. Leia antud avaldise

väärtus $x = 9$ korral. Veendu, et lihtsustamise tulemus on õige. **V:** $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{4}$.

17) **RE2000** Lihtsusta avaldist $\frac{1}{x(x-1)} + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x^3}}{x-1}$. Leia antud avaldise

väärtus $x = 4$ korral. Veendu, et lihtsustamise tulemus on õige. **V:** $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$.

18) **RE2001** 1) Lihtsusta avaldised

$$A = 6(a+2)^2 - 3(2a^2 + 9a + 3) \text{ ja } B = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{xy} \right)^{-1}$$

2) Arvuta avaldise väärtused, kui $a = 1, x = 9, y = 25$.

3) Kumb punktis 2) leitud arvudest on teisest suurem ja mitme protsendi võrra?

V: $A = -3a + 15, B = \sqrt{xy}; A = 12, B = 15; B > A, 25\%$.

19) **RE2002** (5p.) Antud on avaldis $(a-b)^{-1} \cdot (b^{-2} - a^{-2})$

a) Esita avaldis positiivsete astendajate abil.

b) Tee näidatud tehted ja taanda saadud murd. **V:** $\frac{a+b}{a^2b^2}$

20) **RE2003**(5p.) Lihtsusta avaldis: $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$. **V:** 4

21) **RE2003**(5p.) Lihtsusta avaldis: $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a^{-2}-1}{2a^{-2}}$. **V:** $1+a$

22) **RE2004** (5p.) Antud on avaldis $\left(1 + a^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \cdot \frac{a}{a^0 - a}$, kus $a > 0$ ja $a \neq 1$.

a) Lihtsusta avaldis.

b) Arvuta avaldise väärtus, kui $a = 25^{-2}$. **V:** $\frac{1}{25}$

23) RE2004(5p.) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2ab\sqrt{a}}\right)^{-1} + \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2ab\sqrt{b}}\right)^{-1}$ ja arvuta selle

väärtus, kui $a = 10^{\frac{5}{2}}$ ja $b = 10^{-\frac{1}{2}}$. V: 200

24) RE2005(5p.) Antud on avaldis $\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{1+x}\right)^{-1} \cdot (1 + \sqrt{1-x^2})$.

a) Lihtsusta see avaldis;

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $x = \cos^2 \frac{\pi}{6}$. V: 0,5

25) RE2006(5p.) Antud on avaldis $\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-2}} \cdot \left(\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$, kus $a > b > 0$

a) Lihtsusta see avaldis;

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $a = 2^0$ ja $b = 3^{-2}$. V: $\frac{2a\sqrt{b}}{b}$; 6.

26) RE2007(5p.) Antud on avaldis $\frac{1+5x}{x^{-2}(25x^2-x^0)}$, kus $x \neq 0$, $x \neq \pm \frac{1}{5}$.

a) Lihtsusta see avaldis.

b) Arvuta saadud tulemuse väärtus, kui $x = 2^{\frac{3}{2}}$. Vastus anna täpsusega 10^{-3} . V:

$$\frac{x^2}{5x-1}; 0,609.$$

27) RE2008(10p.) Lihtsusta avaldised. $A = \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x-7}} + \frac{\sqrt{x-7}}{\sqrt{x+7}} + \frac{196}{49-x}$ ja

$$B = \frac{32 \cdot 4^{x-1}}{2^{2x+1}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-0,5} \quad \text{V: } A=2, B=6.$$

28) RE2009(10p.) Lihtsusta avaldis $\left[\frac{a}{a^2-2ab+b^2} - \frac{a}{(a+b)^2}\right] \cdot \left(\frac{1}{a^2} - b^{-2}\right)^2$ ja leia

avaldis täpne väärtus, kui $a = -4 + \log_5 125$ ja $b = \sqrt[3]{2}$. V: $\frac{4}{a^2 b^3}$; 2.

29) RE2010(10p.) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{a^2-b^2}{a\sqrt{a}+a\sqrt{b}} - \frac{a-b}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}\right) \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-1}$ ja arvuta selle

väärtus, kui $a = 2^{-4}$ ja $b = 27^{\frac{2}{3}}$. V: $\sqrt{a} - \sqrt{b}; -2\frac{3}{4}$.

30) RE2011(10p.) Lihtsusta kirjalikult avaldis

$$A = \left(\frac{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}{\sqrt{2a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{2a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{b}{4a}} - \sqrt{\frac{a}{b}}\right), \quad \text{kus } a > 0; b > 0 \text{ ja } b \neq 2a \text{ ning}$$

arvuta $B = 2^{-0,5} : A$ väärtus. V: $2\sqrt{2}; \frac{1}{4}$.

31) KT2012

a) (5p) Arvutage kirjalikult avaldise $27^{\frac{2}{3}} \cdot 0,3^{-1} + \sqrt{5} \cdot 5^{0,5}$ väärtus.

b) (5p) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}}\right) : \frac{2}{1-a^2}$ V: 35; $1+a$

32) KT 2013 (5p.) Lihtsusta avaldis $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b+4}} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16}$ ja arvuta selle avaldise kõik

võimalikud väärtused, kui $|b-16|=2$. V: $\frac{b}{b-16}$; 9; -7

33) RE2014(5p.) Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{m}}{m+\sqrt{m}} + \frac{2}{m-1}$ ja arvutage kirjalikult selle

täpne väärtus, kui $m = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$. V: $\frac{1}{\sqrt{m}-1} = \frac{\sqrt{m}+1}{m-1}; \frac{1}{2}$

34) RE2015(5p.) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{y}{3x}\right)^5 \cdot \left(\frac{6x}{y}\right)^5 - x^3 : x^{\frac{5}{2}} + (x^4)^{\frac{1}{8}}$, kui $x > 0$ ja

$y \neq 0$. V: 32

35) RE2016(5p.) Lihtsustage avaldis $\frac{3x+2}{(6x+4)^2} \cdot (4-9x^2)$ ja arvutage avaldise väärtus,

kui $x = 27^{-\frac{1}{3}}$. V: $\frac{2-3x}{4}; \frac{1}{4}$

36) RE2017K(5p.) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{3}{a^2-a} + \frac{1}{a-1}\right) : \frac{9-a^2}{a-1}$. Arvuta avaldise

väärtus, kui $a = \log_2 16$. V: $\frac{1}{a(3-a)}$; -0,25

37) RE2017L(5p.) Lihtsusta avaldis $\frac{a-9}{a\sqrt{a}+3a} \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^{-1}$, kus $a > 0$. Leia a väärtus, mille

korral on avaldise väärtus 6,5. V: $\frac{\sqrt{a}-3}{2}$; 256

38) RE2018L(5p.) Lihtsusta avaldis $\frac{2^{2x+1} \cdot 4^{x-0,5}}{\sqrt{16^{2x}} \cdot 2^{-3}}$. V: 8

39) RE2019K(5p.) Lihtsusta avaldis $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{2a^2}{a^2-b^2} : \frac{a}{ab-b^2}$. V: $a+b$

40) RE2019L(5p.) Lihtsusta avaldis $\frac{a-\sqrt{4a}}{a} : \left(\frac{a+4}{\sqrt{a}} - 4\right)$, kus $a > 0$. Kas leidub arvu

a selline väärtus, mille korral on antud avaldise väärtus 0? Põhjendage oma vastust.

V: $\frac{1}{\sqrt{a}-2}$

41) RE2020K(10p.)

On antud avaldised $A = \frac{2}{x}$, $B = \frac{4}{x^2-4}$ ja $C = \frac{x}{x+2}$.

1. Leidke iga avaldise kõik sellised x -i reaalarvulised väärtused, mille korral ei ole võimalik avaldise A , B või C väärtust arvutada.

2. Lahendage võrrand $\log_2 A = 3$.

3. Koostage avaldis $A + B : C$ ja lihtsustage see. $V: A + B : C = \frac{2}{x-2}$

42) RE2020L(10p.)

On antud murrud $A = \frac{a-4}{a+\sqrt{a}}$ ja $B = \frac{a\sqrt{a}+a}{a+2\sqrt{a}}$, kus arv a on positiivne reaalarv.

1. Koostage avaldis $A \cdot B$ ja lihtsustage see.

2. Leidke arvu a väärtus, mille korral korrutis $A \cdot B = 1$.

$V: A \cdot B = \sqrt{a} - 2; a = 9$.

43) RE2021L(5p.) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{y-x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + 2\sqrt{x}\right)^{-1} : (\sqrt{x} + \sqrt{y})$. $V: \frac{1}{x-y}$

44) RE2021K(10p.)

1. Lihtsustage avaldis $\left(2x + \frac{y^2 - x^2}{x - y}\right)^{-1} - (\sqrt{x + y})^2$.

2. Arvutage kirjalikult avaldise täpne väärtus, kui $x = \log_5 25$ ja $y = 27^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-3}$