

32) Riigieksam 2015 (10p) Püramiidi põhi on kolmnurk, mille kahe külje pikkused on 1 dm ja 2 dm ning nurk nende külgede vahel on 60° . Püramiidi kõik külgservad on pikkusega $\sqrt{10}$ dm. Tehke ülesande tekstiga sobiv joonis ja arvutage selle püramiidi ruumala.

Lahendus.

Leiame ruumala jaoks esmalt põhja pindala

$$S_p = \frac{1 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\text{dm}^2)$$

Selleks, et joonis oleks võimalikult adekvaatne leiame põhjaks oleva kolmnurga kolmanda külje pikkuse koosinusteoreemiga

$$x = \sqrt{1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{3} (\text{dm})$$

Nüüd märkame, et põhjaks olev kolmnurk on täisnurkne, sest küljed rahuldavad Pythagorase teoreemi tingimust

$$1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2$$

Kuna kõik külgservad on võrdse pikkusega, siis on langeb kõrgus põhja ümberringjoone keskpunkti. Täisnurkse kolmnurga puhul on see hüpotenuusi keskpunkt. Nüüd saame teha ka tekstiga sobiva joonise. Korrektsuse mõttes võiksid joonisel märkida ka põhjale tipu C juurde täisnurga ja kõrguse DE juurde põhiservaga AB samuti täisnurga sümboli.

Kuna $AB = 2$ dm, siis $AD = DB = 2:2 = 1$ (dm)

ja külgservad $AE = BE = CE = \sqrt{10}$ dm.

Leiame kõrguse DE näiteks täisnurksest kolmnurgast ADE või BDE Pythagorase teoreemi abil

$$DE = \sqrt{10 - 1} = \sqrt{9} = 3 (\text{dm}) \text{ ja}$$

püramiidi ruumala

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 = \frac{\sqrt{3}}{2} (\text{dm}^3).$$

Vastus. Püramiidi ruumala on $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dm}^3$



