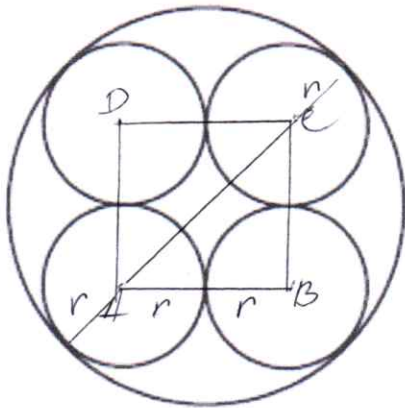


18) Riigieksam 2005 Silindrikujulisse kaanega karpi on paigutatud 4 ühesuurust palli, nii et iga pall puutub karbi põhja, kaant ja külge ning kahte naaberpalli (vt joonist). Kui suure osa karbi ruumalast täidavad pallid?



Pallikarbi pealtvaade

Olgu palli raadius  $r$ .  
Silindri kõrgus on  $H = 2r$

ühendades pallide -  
kerade keskpunktidele tekib  
ruut  $ABCD$ , mille külje  
pikkus on  $2r$ .  
Silindri läbimõõt on  
ruudu diagonaal  $+ 2r$ .

Ruudu diagonaal avaldub

$$d = AC = \sqrt{2} \cdot 2r = 2\sqrt{2}r \quad (\text{ü})$$

Silindri põhja raadius on seega

$$R = \frac{1}{2} AC + r = \sqrt{2}r + r = r(\sqrt{2} + 1) \quad (\text{ü})$$

$$\text{Silindri ruumala } V = S_p \cdot H =$$

$$= \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot r^2 (\sqrt{2} + 1)^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 (3 + 2\sqrt{2}) \quad (\text{ü})$$

Pallide ruumala on

$$V = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{16\pi r^3}{3} \quad (\text{ü}^3)$$

Pallide ruumala moodustab silindri  
ruumalast

$$\frac{\frac{16\pi r^3}{3}}{\frac{2\pi r^3 (3 + 2\sqrt{2})}{1}} = \frac{8 \cdot 6 \pi r^3}{8 \cdot \pi r^3 (3 + 2\sqrt{2})} =$$

$$= \frac{8}{3(3 + 2\sqrt{2})} = \frac{8(3 - 2\sqrt{2})}{3}$$

$$\text{ehk } \frac{8(3 - 2\sqrt{2})}{3} \cdot 100\% \approx 46\%$$