

13) *Riigieksam2008* Kuulike lükatakse veerema mööda kaldpinda allapoole. Alates teisest sekundist veereb kuulike iga sekundiga eelmise sekundi jooksul läbitud teepikkusest ühe ja sama pikkuse võrra rohkem. Teise sekundi lõpuks oli kuulikese kaugus lähtepunktist $l_2 = 9$ cm ja neljanda sekundi lõpuks oli kuulike lähtepunktist kaugusel $l_4 = 30$ cm. Mitmenda sekundi lõpuks jõuab kuulike kaldpinna lõppu, mis asub lähtepunktist kaugusel $L = 900$ cm?

Lahendus. Tegemist on aritmeetilise jadaga.

Jada esimene liige on esimese sekundi jooksul läbitud teepikkus, teine liige 2. sekundil läbitud teepikkus jne. Sellest lähtuvalt saame võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 9 \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 30 \Rightarrow 9 + a_3 + a_4 = 30 \Rightarrow a_3 + a_4 = 21 \end{cases}$$

Kasutame võrrandisüsteemi lihtsustamiseks jada esimest liiget ja jada vahet.

$$\begin{cases} a_1 + a_1 + d = 9 \\ a_1 + 2d + a_1 + 3d = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + d = 9 \\ 2a_1 + 5d = 21 \end{cases}$$

Lahutades teisest võrrandist esimese saame

$$4d = 12$$

$$d = 3$$

$$2a_1 + 3 = 9$$

$$2a_1 = 6$$

$$a_1 = 3$$

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 3 \end{cases}$$

Selleks, et leida aeg, millal kuulike jõuab 900 cm kaugusele, kasutame jada summa valemit

$$900 = \frac{2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n \cdot 2$$

$$[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 3] \cdot n = 1800$$

$$3n^2 + 3n - 1800 = 0 \mid : 3$$

$$n^2 + n - 600 = 0$$

$$n = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 600}$$

$$n_1 = 24$$

$$n_2 = -25 \text{ ei sobi}$$

Vastus. Kuulike jõuab kaldpinna lõppu 24 sekundiga.