32) Riigieksam 2005(15p.) Antud on funktsioon $f(x) = -\ln\frac{1}{x}$.

a) Leidke funktsiooni määramispiirkond, lihtsustage funktsiooni avaldist.
b) Koostage funktsiooni $y = f(x)$ graafiku puutuja võrrand punktis, mille abstsiss on 1.
c) Määrake ruutfunktsiooni $g(x) = ax^2 + c$ avaldises kordajate a ja c väärtused tingimusel, et alajaotuses b) leitud puutuja oleks ühtlasi ka funktsiooni $y = g(x)$ graafiku puutujaks punktis, mille abstsiss on 1.
d) Joonestage samas teljestikus funktsioonide $y = f(x)$ ja $y = g(x)$ graafikud ning nende graafikute ühine puutuja.

a) $X =]0; \infty[$, $f(x) = -\ln\frac{1}{x} = -(\ln 1 - \ln x) = \ln x$

või $f(x) = -\ln\frac{1}{x} = \ln\left(\frac{1}{x}\right)^{-1} = \ln x$

b) $P(1; y)$ – puutepunkt

$f'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad k = f'(1) = 1$ $\quad y_0 = \ln 1 = 0$

Puutuja võrrand on

$P(1;0)$ $\quad y - 0 = 1(x-1) \Rightarrow y = x - 1$

c) $g(x) = ax^2 + c$ peab läbima puutepunkti $P(1;0)$

Paneme punkti koordinaadid võrrandisse

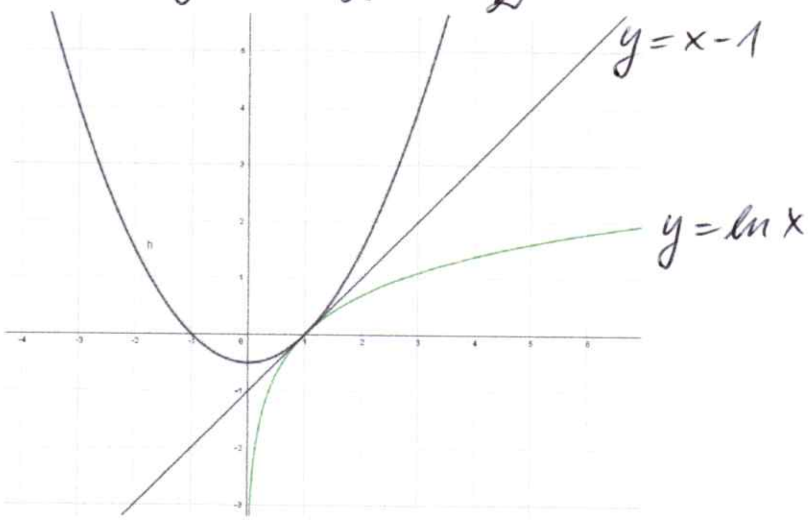
$a \cdot 1^2 + c = 0 \Rightarrow a = -c$

Puutuja tõus on funktsioonidel sama

$k = g'(x) = 2ax = 1$, st. $g'(1) = 1$

$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ ja $c = -\frac{1}{2}$

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$



Vastus: $X =]0;\infty[$, *lihtsustatud avaldis* $y = \ln x$,
puutuja võrrand $y = x - 1$ *ning* $a = 0{,}5$ *ja* $c = -0{,}5$.