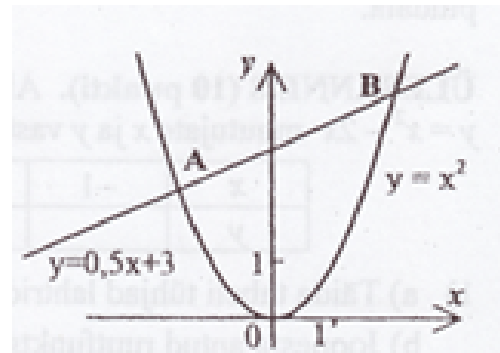


FUNKTSIOONID JA GRAAFIKUD

- 1) **1997** Skitseeri funktsiooni $y = -x^2 + 4$ graafik. Arvuta graafiku ja koordinaattelgede lõikepunktide koordinaadid. Leia haripunkt.
- 2) **1997** Skitseeri funktsiooni $y = x^2 - 2x$ graafik. Arvuta graafiku ja koordinaattelgede lõikepunktide koordinaadid. Leia haripunkt.
- 3) **1998** Joonesta funktsiooni $x - 4y = 2$ graafik ja leia graafiku abil funktsiooni väärtus, kui argumendi väärtus on -4 .
- 4) **1999** Joonesta ühes ja samas teljestikus lineaarfunktsiooni $y = -x - 2$ ja ruutfunktsiooni $y = x^2 - 4$ graafikud. Tähistage graafikute lõikepunktid tähtedega ning leia jooniselt nende punktide koordinaadid.
- 5) **2000** Joonisel on kujutatud parabool ja sirge. Arvuta
 - a) parabooli ja sirge lõikepunktide A ja B koordinaadid ning märgi vastavad arvud koordinaattelgedele;
 - b) antud sirge ja x-telje lõikepunkti koordinaadid.

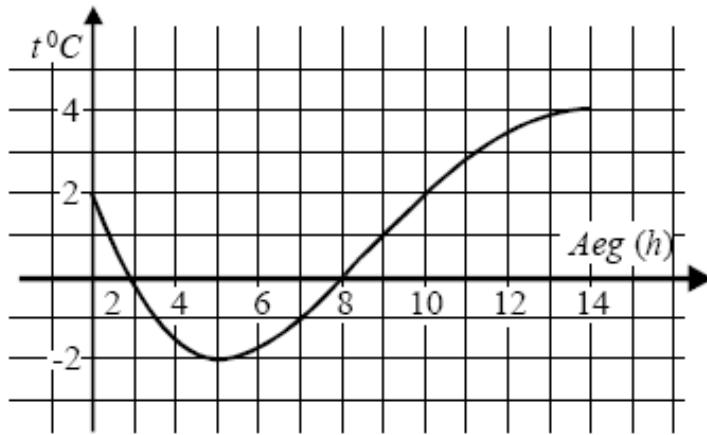


- 6) **2001** Alljärgnev osaliselt täitmata tabel peab esitama ruutfunktsiooni $y = x^2 + 2x$ muutujate x ja y vastavate väärtuste paare.

x	-3	-2	-1,5	-1	-0,5		1
y						0	

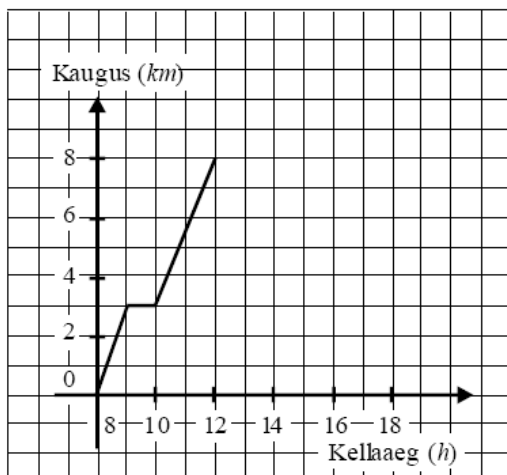
- a) Täida tabeli tühjad lahtrid;
 - b) Joonesta antud funktsiooni graafik;
 - c) Joonesta samas teljestikus lineaarfunktsiooni $y = x + 2$ graafik;
 - d) Märgi saadud graafikute lõikepunktid ja kirjuta välja nende koordinaadid;
 - e) Kontrolli eelmises punktis leitud koordinaatide õigsust vastava võrrandi (võrrandisüsteemi) abil.
- 7) **2002** Joonesta koordinaatteljestik ja selles funktsiooni $y = 2x + 3$ graafik.
 - a) Joonesta samas teljestikus $y = -x$ graafik;
 - b) Tähistage funktsioonide $y = 2x + 3$ ja $y = -x$ graafikute lõikepunkt ja kirjuta välja selle punkti koordinaadid.
 - c) Kontrolli eelmises punktis leitud koordinaatide õigsust vastava võrrandi (võrrandisüsteemi) abil.
 - 8) **2003** Joonesta koordinaatteljestik ning täida järgmised ülesanded:
 - a) Joonesta lineaarfunktsioonide $y = 2x$ ja $y = -2x + 6$ graafikud;
 - b) tähistage joonisel graafikute lõikepunkt ja kirjuta välja selle koordinaadid;
 - c) arvuta vastava võrrandi(süsteemi) lahendamise teel nende graafikute lõikepunkti koordinaadid;
 - d) kontrolli, kas tulemus ühtib joonisel oleva lõikepunkti koordinaatidega ning sõnasta oma otsus;
 - e) viiruta (varjuta) kolmnurk, mille üheks tipuks on antud funktsioonide graafikute lõikepunkt, kaks külge asetsevad nimetatud graafikutel ja kolmas külge asetseb x-teljel. Arvuta selle kolmnurga pindala.

- 9) 2004 Joonisel 2 on kujutatud temperatuuri graafik. Leia selle järgi:
- 1) Milline oli mõõtmisperioodi madalaim ja milline kõrgeim temperatuur ja mis kellaajal need aset leidsid;
 - 2) millisel ajavahemikul oli temperatuur madalam kui 0 kraadi;
 - 3) mitme kraadi võrra muutus (langes või tõusis) temperatuur ajavahemikul kella 5-st 10-ni ja kui palju muutus temperatuur sel ajavahemikul keskmiselt tunnis.



Jn 2

- 10) 2004 Joonesta koordinaatteljestik ning seejärel joonesta lineaarfunktsiooni $y = x - 4$ graafik ning x -teljega paralleelne sirge, mis lõikub y -teljega punktis $(0; 3)$;
- a) tähista saadud sirge ja funktsiooni graafiku lõikepunkt ning kirjuta välja selle koordinaadid;
 - b) viiruta kolmnurk, mille üheks tipuks on leitud lõikepunkt ning ülejäänud tippudeks on saadud sirgete lõikepunktid y -teljega;
 - c) selgita, mis liiki kolmnurgaga on tegemist liigitamisel külgede järgi;
 - d) arvuta viirutatud kolmnurga pindala.
- 11) 2005 Õpilasgrupp sooritas matka lähtekohast sihtkohta ja tagasi, millest graafik kujutab ainult minekut sihtkohta koos ühe puhkepeatusega (vt joonist).
1. Leia graafiku abiga
 - a) lähte- ja sihtkoha vaheline kaugus;
 - b) kui palju aega kulus lähtekohast sihtkohta jõudmiseks (puhkeaeg kaasa arvatud);
 - c) kui suur oli grupi keskmine kiirus liikumisel lähtekohast sihtkohta (puhkeaeg kaasa arvatud).
 2. Täienda ise joonist graafikuga, mis kujutab sihtkohal veedetud aega ning tagasitulekut lähtekohta, kui on teada, et grupp väljus sihtkohast kell 14.00, liikus 1 tunniga 3 km, peatus siis 30 minutit ning jõudis lähtekohta tagasi kell 17.00.

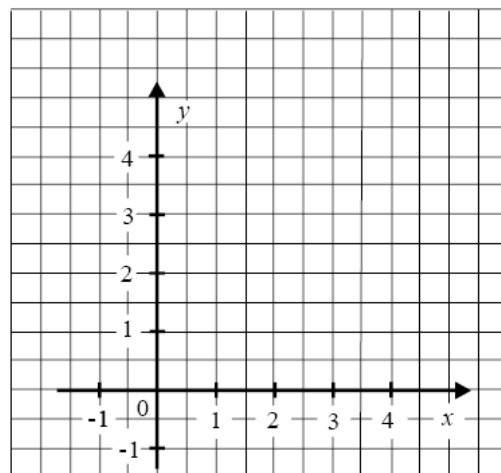


12) 2005 On antud ruutfunktsioon $y = x^2 - 2x$.

1. Arvuta selle funktsiooni nullkohad.
2. Täida funktsiooni väärtuste tabel ja joonesta kõrvalolevale joonisele funktsiooni graafik.

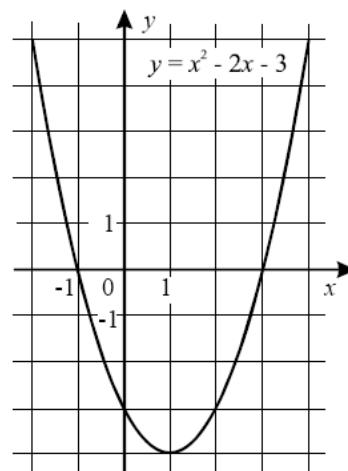
x	-1	-0,5	0,5	1	1,5	2,5	3
y							

3. Leia arvutamise teel, kas punktid $A(-0,9; 2,61)$ ja $B(1,2; -0,93)$ asetsevad antud funktsiooni graafikul.
4. Arvuta muutuja x väärtused, mille korral $y = 2$. Vastused ümarda sajandikeni.



13) 2006 Joonisel esitatud parabool kujutab graafiliselt ruutfunktsiooni $y = x^2 - 2x - 3$.

- a) Arvuta funktsiooni nullkohad.
- b) Leia joonisel, milliste muutuja x täisarvuliste väärtuste korral on muutuja y väärtused negatiivsed.
- c) Joonesta samal joonisel sirge, mis kujutab graafiliselt lineaarfunktsiooni $y = -\frac{2}{3}x + 1$.
- d) Tähista sirge ja parabooli lõikepunktid ning kirjuta jooniselt silma järgi välja lõikepunktide koordinaadid.
- e) Võta omal valikul punktis d) leitud ühe lõikepunkti koordinaadid ja näita arvutuse teel, et see punkt asetseb paraboolil vaid ligilähedaselt. Miks see nii on?



14) 2007 On antud ruutfunktsioon $y = -x^2 - 4x$.

- 1) Joonesta alljärgneva kava teljestikus seda funktsiooni kujutav parabool:
 - a) arvuta funktsiooni nullkohad x_1 ja x_2 ja märgi need joonisele;
 - b) joonesta parabooli telg ja arvuta parabooli haripunkti koordinaadid, tähista ning märgi see punkt joonisele;
 - c) arvuta ise veel vähemalt kahe sobiva punkti koordinaadid,
 - d) märgi need punktid joonisele ja joonesta parabool.
- 2) Joonesta funktsiooni $y = -2x$ kujutav sirge ja leia jooniselt selle sirge ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.
- 3) Arvuta punktis 2) joonestatud sirge, parabooli telje ja x -telje lõikumisel tekkinud kolmnurga pindala.

15) 2009 On antud funktsioonide $y = x^2$ ja $y = \frac{1}{x}$ graafikud (vt joonist).

- 1) Joonesta samasse teljestikku funktsiooni $y = -x + 2$ graafik.
- 2) Võrdle kolme funktsiooni graafikuid. Otsusta arvutusi tegemata, millise funktsiooni väärtus on kõige suurem ja millise funktsiooni väärtus kõige väiksem, kui $x = -1,5$.

Täida lüngad.

Kui $x = -1,5$, siis suurim väärtus on funktsioonil $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ja vähim väärtus on funktsioonil $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

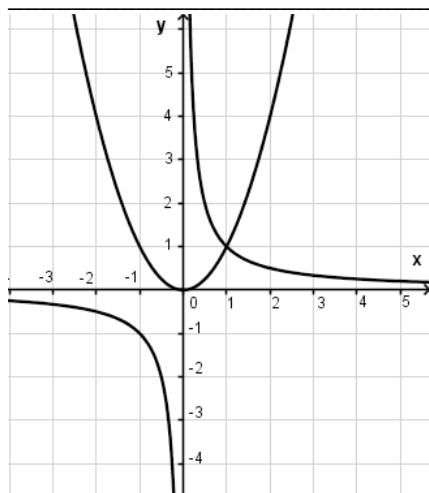
Põhjenda oma vastust.

3) Arvuta punktis 2) saadud funktsioonide väärtused, kui $x = -1,5$.

Suurim väärtus

on _____

Vähim väärtus on _____



16) 2010 Joonesta koordinaatteljestikku funktsioonide $y = x^2 - 4x + 3$ ja $y = -2x + 3$ graafikud.

1. Tähistajoonisel funktsioonide graafikute lõikepunktid.
2. Leia jooniselt nende punktide koordinaadid.

17) 2011 On antud ruutfunktsioon $y = 8x - 2x^2$.

- a) Näita arvutuste abil, et punkt $N(0,5; \frac{7}{2})$ asub selle funktsiooni graafikul.
- b) Arvuta selle funktsiooni nullkohad ja parabooli haripunkti H koordinaadid.
- c) Joonista koordinaatteljestikku selle ruutfunktsiooni graafik.
- d) Ruutfunktsiooni graafiku lõikepunktid x -teljega on A ja B ning parabooli haripunkt on H . Lõigud AB ja AH on rööpküliku $ABCH$ külgedeks. Joonesta rööpkülik $ABCH$ koordinaatteljestikku ja arvuta selle rööpküliku pindala.

18) 2012

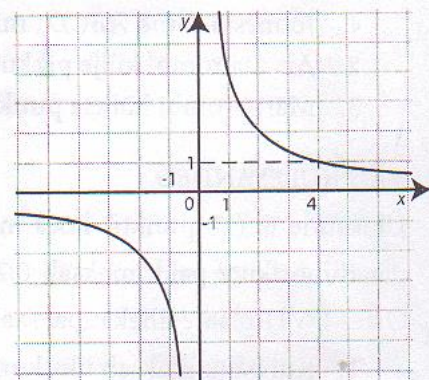
Ülesanne 3. (8 punkti)

Joonisel on antud pöördvõrdelise seose $y = \frac{a}{x}$, $x \neq 0$, graafik.

1. Täida joonise põhjal tabel, arvuta kordaja a väärtus ja leia selle pöördvõrdelise seose eeskiri.

x		1	4
y	-2		1

$y = \dots$



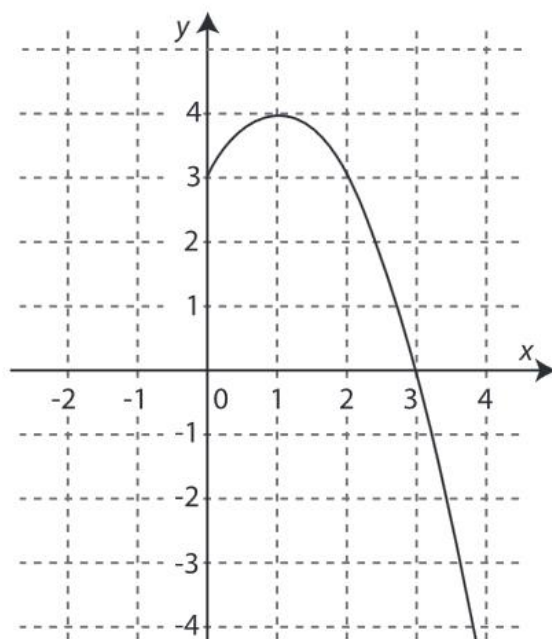
2. Joonesta samasse koordinaatteljestikku lineaarfunktsiooni $y = \frac{x+2}{2}$ graafik.
3. Tähistajoonisel graafikute lõikepunktid tähtedega A ja B ning kirjuta joonise põhjal nende lõikepunktide koordinaadid: $A(\dots; \dots)$ ja $B(\dots; \dots)$.
4. Lahenda võrdkujuline võrrand

$$\frac{4}{x} = \frac{x+2}{2}$$

19) 2013

Joonisel on jäänud pooleli funktsiooni $y = ax^2 + bx + c$, kus a, b, c on arvud ja $a \neq 0$, graafiku joonestamine.

1. Mis funktsiooniga on tegemist ja kuidas nimetatakse antud funktsiooni graafikut?
2. Kasutades funktsiooni omadusi jätkka graafiku joonestamist x -telje negatiivses osas. Kirjuta jooniselt funktsiooni graafiku ja x -telje lõikepunktide koordinaadid.
3. Leia joonise ja arvutuste abil ruutliikme kordaja a , lineaarliikme kordaja b ja vabaliige c . Selgita oma lahendust.
4. Kas suurem on joonisel esitatud funktsiooni või funktsiooni $y = 2x^2 + 3x - 2$ nullkohtade korrutis? Põhjenda oma vastust.



20) 2014 On antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 3$.

- a) Arvuta selle funktsiooni nullkohad,
- b) Arvuta selle funktsiooni haripunkti koordinaadid.
- c) Leia selle funktsiooni graafiku ja y -telje lõikepunkti koordinaadid.
- d) Joonista selle funktsiooni graafik, kui x -i väärtuse muutuvad -2 st 4 ni. $V: 3$ ja -1 ; $H(1; -4)$; $(0; -3)$.

21) 2015 On antud funktsioon $y = ax^2 + c$, kus $a \neq 0$. Selle funktsiooni graafiku haripunkt on $H(0; -2)$ ning punkt $A(2; 6)$ asub selle funktsiooni graafikul.

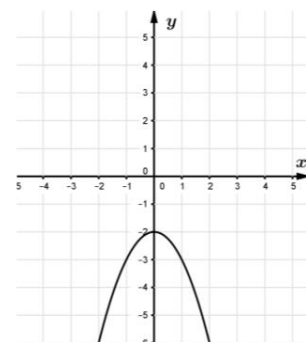
- a) Arvuta selle funktsiooni ruutliikme kordaja a ja vabaliige c .
- b) Kirjuta selle funktsiooni valem.
- c) Arvuta selle funktsiooni nullkohad.
- d) Joonesta selle funktsiooni graafik.
- e) Kas sirge $y = 2x - 4$ lõikab selle funktsiooni graafikut? Põhjenda vastust. $V: a=2, c=-2; -1$ ja $1; ei$.

22) 2016 On antud funktsioon $y = (x + 3)(x - 1)$.

- a) Arvuta selle funktsiooni ja koordinaattelgedele lõikepunktide koordinaadid ning parabooli haripunkti koordinaadid.
- b) Joonesta selle funktsiooni graafik.
- c) Kas punkt $M(2; 5)$ asub selle funktsiooni graafikul? Põhjenda oma vastust.

23) 2017

1. Joonisel on ruutfunktsiooni $y = -x^2 - 2$ graafik. Punkt A on antud ruutfunktsiooni graafiku haripunkt. Märki joonisele punkt A .
2. Punkt C on funktsiooni $y = -x^2 - 2x + 3$ graafiku haripunkt ning punktid B ja D on selle funktsiooni graafiku ja x -telje lõikepunktid. Arvuta punktide B, C ja D koordinaadid. Märkus. Punkt D asub haripunktist C vasakul ja punkt B paremal
3. Joonista samasse koordinaatteljestikku funktsiooni $y = -x^2 - 2x + 3$ graafik ning märki graafikule punktid B, C ja D .
4. Joonista nelinurk $ABCD$ ja arvuta selle nelinurga pindala. Vajalikud andmed loe jooniselt. $V: 12 \text{ ü}^2$



Ülesannete näidislahendused. Funktsioonid.

2009

On antud funktsioonide $y = x^2$ ja $y = \frac{1}{x}$ graafikud (vt joonist).

1) Joonesta samasse teljestikku funktsiooni $y = -x + 2$ graafik.

Lahendus.

Sirge joonestamiseks leian kahe punkti koordinaadid.

x	0	2
y	2	0

2) Võrdle kolme funktsiooni graafikuid. Otsusta arvutusi tegemata, millise funktsiooni väärtus on kõige suurem ja millise funktsiooni väärtus kõige väiksem, kui $x = -1,5$.

Täida lüngad.

Kui $x = -1,5$, siis suurim väärtus on funktsioonil $y = -x + 2$ ja

vähim väärtus on funktsioonil $y = 1/x$.

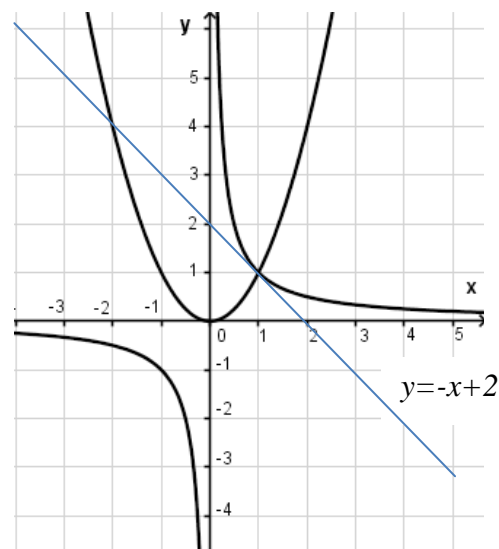
Põhjenda oma vastust.

Kohal $x = -1,5$ on lineaarfunktsiooni graafik kõige kõrgemal, st funktsiooni (y) väärtus on kõige suurem ja pöördvõrdelise seose graafik (hüperbool) kõige madalamal, st funktsiooni (y) väärtus on kõige väiksem.

3) Arvuta punktis 2) saadud funktsioonide väärtused, kui $x = -1,5$.

Suurim väärtus on $y = -(-1,5) + 2 = 3,5$.

Vähim väärtus on $y = \frac{1}{-1,5} = 1 : \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3}$.



2016

On antud funktsioon $y = (x + 3)(x - 1)$.

a) Arvuta selle funktsiooni ja koordinaattelgede lõikepunktide koordinaadid ning parabooli haripunkti koordinaadid.

b) Joonesta selle funktsiooni graafik.

c) Kas punkt $M(2;5)$ asub selle funktsiooni graafikul? Põhjenda oma vastust.

Lahendus.

a) x -teljega lõikepunkti korral on $y = 0$. Järelikult $(x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 1$.

x -teljega lõikepunktid on $(-3;0)$ ja $(1;0)$.

y -teljega lõikepunkti korral on $x = 0$. Järelikult

$y = (0 + 3)(0 - 1) = 3 \cdot (-1) = -3$.

y -teljega lõikepunkt on $(0;-3)$.

Parabooli haripunkti abstsiss avaldub nullkohtade aritmeetilise

keskmisena $x_h = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$. Haripunkti teine koordinaat

$y_h = (-1 + 3)(-1 - 1) = 2 \cdot (-2) = -4$.

Parabooli haripunkt on $H(-1;-4)$.

b) Parabooli joonestamiseks leian lisapunktideks

$y(2) = (2 + 3)(2 - 1) = 5 \Rightarrow (2;5)$

ning märgin sellega telje suhtes sümmeetrilise punkti $(-4;5)$. Lisaks märgin y -teljega lõikepunktiga sümmeetriliselt punkti $(-2;-3)$.

Punkt $M(2;5)$ asub funktsiooni graafikul, kuna selle punkti koordinaadid rahuldavad parabooli võrrandi. Arvutasin eelmises punktis b). Samuti on näha seda jooniselt.

