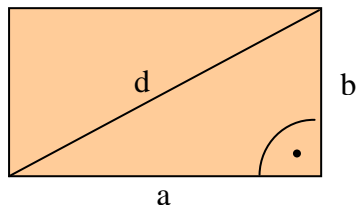


# KORDAMINE RIIGIEKSAMIKS VI teema

## Geomeetria

### PLANIMEETRIA

Tasandilised kujundid ja nendega seotud valemid.

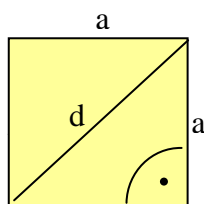


#### Ristkülik

$$S = ab$$

$$P = 2(a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

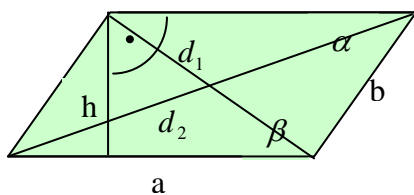


#### Ruut

$$S = a^2$$

$$P = 4a$$

$$d = a\sqrt{2}$$



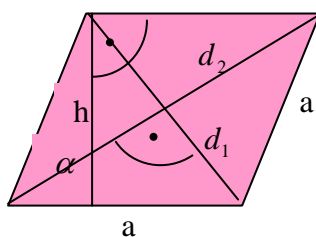
#### Rööpkülik

$$S = ah = ab \sin \alpha$$

$$P = 2(a + b)$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

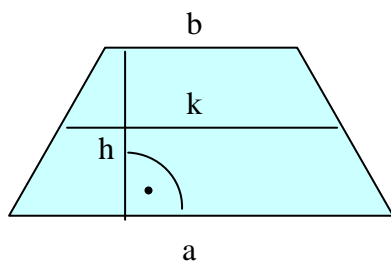
$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$



#### Romb

$$S = ah = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = a^2 \sin \alpha$$

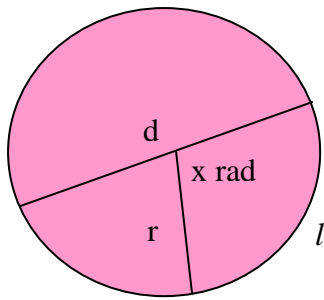
$$P = 4a$$



#### Trapets

$$\text{Kesklõik } k = \frac{a+b}{2}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = kh$$



### Ringjoon, ring, sektor

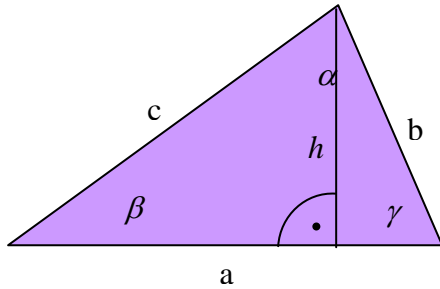
$$d = 2r$$

$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

$$\text{sektori kaare pikkus } l = \frac{2\pi r}{2\pi} \cdot x = xr$$

$$\text{sektori pindala } S = \frac{xr^2}{2} = \frac{lr}{2}$$



### Kolmnurk

$$P = a + b + c$$

$$S = \frac{ah}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2}$$

$$\text{Heroni valem } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$S = pr, r - \text{siseringjoone raadius}$$

### Siinusteoreem

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R, R \text{ on ümberringjoone raadius}$$

### Kosinusteoreem

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

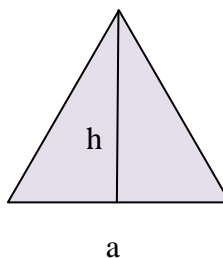
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

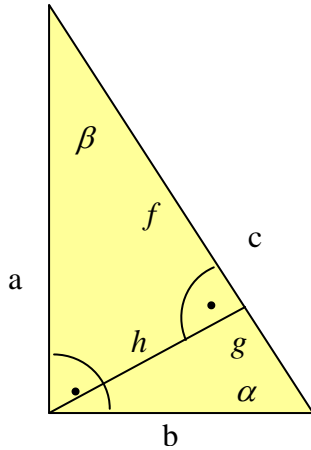
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

### Võrdkülgne kolmnurk

$$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$





### Täisnurkne kolmnurk

Pythagorase teoreem  $a^2 + b^2 = c^2$

Eukleidese teoreem  $a^2 = fc, b^2 = gc$

Teoreem kõrgusest  $h^2 = fg$

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

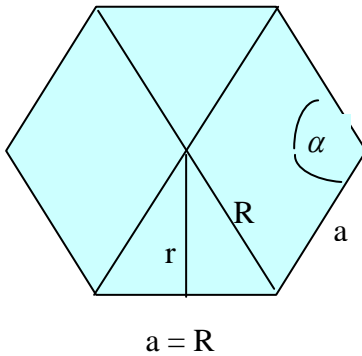
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \cot \beta$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha} = \cot \alpha$$



### Korrapärane kuusnurk

$$\alpha = 120^\circ$$

$$R = a$$

$$S = pr = \frac{6a \cdot r}{2} = 3ar$$

### NÄITEÜLESANDED.

- 1) Leidke täisnurkse kolmnurga pindala, kui ta sisingjoon jaotab ühe kaateti oma puutepunktiga lõikudeks 6 cm ja 10 cm alates täisnurga tipust.

#### Lahendus.

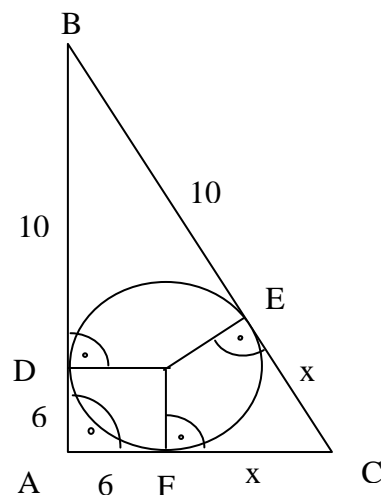
Teame, et kolmnurga küljed on sisingjoonele puutujateks ning puutuja on risti puutepunkti tõmmatud raadiusega. Samuti on teada, et puutujate lõikepunkt on puutepunktidest võrdsetel kaugustel. Leiame nüüd jooniselt võrdsed lõigud

$$CE = CF = x$$

$$AF = AD = 6$$

$$BE = BD = 10.$$

Kasutame Pythagorase teoreemi.



$$16^2 + (x + 6)^2 = (10 + x)^2$$

$$16^2 + x^2 + 12x + 36 = x^2 + 20x + 100$$

$$12x - 20x = 100 - 256 - 36$$

$$-8x = -192 \mid : (-8)$$

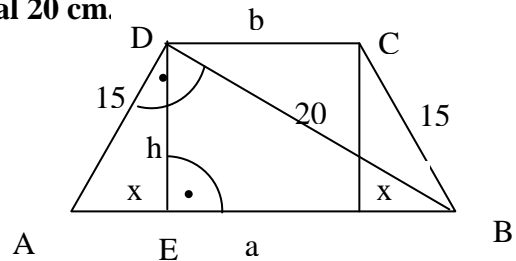
$x = 24$   
 Saame kaatetid  $AB = 10 + 6 = 16$  (cm), ja  
 $AC = 6 + 24 = 30$  (cm).  
 Leiame pindala

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{16 \cdot 30}{2} = 240(\text{cm}^2).$$

Vastus. Kolmnurga pindala on  $240 \text{ cm}^2$ .

**2) Võrdhaarse trapetsi diagonaal on risti haaraga. Arvutage trapetsi pindala, kui trapetsi haar on 15 cm ja diagonaal 20 cm.**

*Lahendus.*



Leiame külje  $a = AB$  (hüpoteenus) täisnurksest kolmnurgast ABD Pythagorase teoreemi abil  $a = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25(\text{cm})$ .

Järgmisena leiame trapetsi kõrguse  $h$ , mis on ka kolmnurga ABD kõrguseks. Kolmnurga ABD pindala saame leida nii kaatetite kui ka aluse ja kõrguse kaudu

$$S = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150(\text{cm}^2) \Rightarrow \frac{a \cdot h}{2} = 150 \Rightarrow \frac{25 \cdot h}{2} = 150 \Rightarrow h = 12(\text{cm}).$$

Kuna tegemist on võrdhaarse trapetsiga, siis trapetsi alus  $b = a - 2x$ .

Leiame lõigu  $x$  kasutades Pythagorase teoreemi kolmnurgas AED

$$x = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm}). \text{ Saame aluse } b = 25 - 2 \cdot 9 = 7(\text{cm}).$$

$$\text{Leiame pindala } S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{25+7}{2} \cdot 12 = 192(\text{cm}^2).$$

Vastus. Trapetsi pindala on  $192 \text{ cm}^2$ .

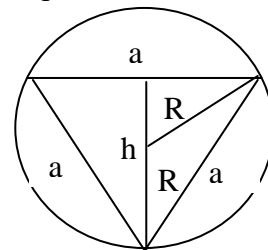
**3) Ringi sisse on kujundatud võrdkülgne kolmnurk nii, et kolmnurga tipud asuvad ringjoonel. Mitu protsenti moodustab kolmnurga pindala ringi pindalast?**

*Lahendus.* Tähistame võrdkülgse kolmnurga külje  $a$  ja ringi raadiuse (kolmnurga ümberringjoon)  $R$ . Ringi pindala  $S = \pi R^2$  ( $\text{üh}^2$ ).

Võrdkülgse kolmnurgal kõrgus  $h$  langeb kokku mediaaniga ja seega kõrguste lõikepunkt (ringjoone keskpunkt) jaotab kõrguse suhtes 2: 1 tipust alates.

$$\text{Seega saame, et } R = \frac{2}{3}h \Rightarrow h = R + \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R \quad (1)$$

Võrdkülgse kolmnurga kõrgus avaldub külje kaudu Pythagorase teoreemi põhjal



$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (2)$$

Seostest (1) ja (2) saame, et  $\frac{3R}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 6R = 2a\sqrt{3} \mid : 2\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{6R}{2\sqrt{3}}$ .

Kolmnurga pindala  $S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6R}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{3R}{2} : 2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 (üh^2)$ .

Leiame, mitu protsenti moodustab kolmnurga pindala ringi pindalast.

$$\frac{3\sqrt{3}R^2 \cdot 100\%}{4 \cdot \pi R^2} = \frac{75\sqrt{3}}{\pi} \approx 41,4\%.$$

Vastus. Kolmnurga pindala moodustab ringist ligikaudu 41,4%.

**4) Rööpküliku übermõõt on 90 cm ja teravnurk on 60°. Rööpküliku diagonaal jaotab nürinurga suhtes 1:3. Leidke rööpküliku küljed.**

*Lahendus.*

Ülesande andmete kohaselt rööpküliku ABCD übermõõt on

$$2(a + b) = 90(\text{cm}) \Rightarrow a + b = 45(\text{cm}).$$

Kuna diagonaal jaotab nürinurga suhtes 1:3, siis tähistades ühes osa tähega  $\alpha$ , on teine pool  $3\alpha$  ning terve nürinurk  $4\alpha$ .

Teame, et rööpküliku iga külje lähisnurkade summa on 180°. D

$$60^\circ + 4\alpha = 180^\circ$$

$$4\alpha = 180^\circ - 60^\circ$$

$$4\alpha = 120^\circ \mid : 4$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Näeme, et diagonaal jaotab rööpküliku kaheks täisnurkseks kolmnurgaks

( $3\alpha = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$ ) ja siit saame leida lähiskülgede vahelise seose, kuna täisnurksest

$$\text{kolmnurgast } \cos 60^\circ = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b}{a} \Rightarrow a = 2b.$$

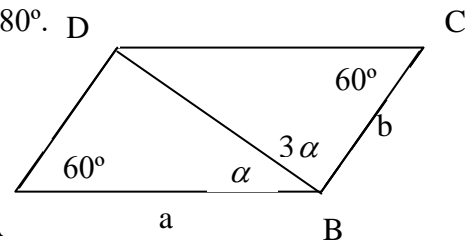
Saame moodustada võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} a + b = 45 \\ a = 2b \end{cases} \Rightarrow 2b + b = 45 \Rightarrow 3b = 45 \mid : 3 \Rightarrow b = 15$$

$$a = 2 \cdot 15 = 30$$

Seega on rööpküliku küljed 15 cm ja 30 cm.

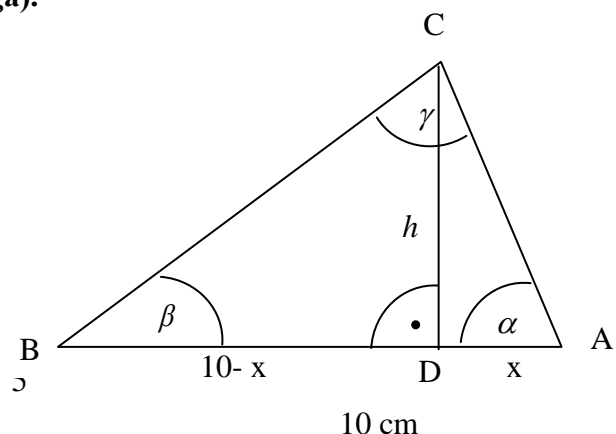
Vastus. Rööpküliku küljed on 15 cm ja 30 cm.



**5) Leidke kolmnurga ABC mitteteadaolevad nurgad, küljele AB tõmmatud kõrgus ja arvutage kolmnurga pindala, kui  $AB = 10$  m,  $\beta = 25^\circ$  ja nurk  $\alpha$  on määratud seosega  $\sin 2\alpha - \sin \alpha = 0$ . Kõrgus ja pindala andke ühe kohaga pärast koma (kümnendiku täpsusega).**

*Lahendus.*

Leiame nurga  $\alpha$ .



$$\sin 2\alpha - \sin \alpha = 0$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha (2 \cos \alpha - 1) = 0$$

$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$  ei sobi kuna ei moodusta

kolmnurka

$$2 \cos \alpha - 1 = 0$$

$$2 \cos \alpha = 1 \mid : 2$$

$$\cos \alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Järmiseks saame, et  $\gamma = 180^\circ - (60^\circ + 25^\circ) = 95^\circ$ .

Nüüd vaatleme täisnurkset kolmnurka ADC, millest  $\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$  ja täisnurkses

kolmnurgas BCD  $\tan 25^\circ = \frac{h}{10-x}$ . Saame võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \\ \tan 25^\circ = \frac{h}{10-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \tan 60^\circ \cdot x \\ h = \tan 25^\circ \cdot (10-x) \end{cases} \Rightarrow \tan 60^\circ \cdot x = \tan 25^\circ \cdot (10-x) \Rightarrow$$

$$\sqrt{3} \cdot x = 10 \cdot \tan 25^\circ - x \cdot \tan 25^\circ$$

$$\sqrt{3} \cdot x + x \cdot \tan 25^\circ = 10 \cdot \tan 25^\circ$$

$$x(\sqrt{3} + \tan 25^\circ) = 10 \cdot \tan 25^\circ$$

$$x = \frac{10 \tan 25^\circ}{\sqrt{3} + \tan 25^\circ}$$

$$\Rightarrow h = \tan 60^\circ \cdot x = \tan 60^\circ \cdot \frac{10 \tan 25^\circ}{\sqrt{3} + \tan 25^\circ} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10 \tan 25^\circ}{\sqrt{3} + \tan 25^\circ} \approx 3,67(m)$$

Leiame nüüd kolmnurga pindala

$$S = \frac{ah}{2} \approx \frac{10 \cdot 3,67}{2} \approx 18,4(m^2).$$

Vastus. Kolmnurga ülejäänud nurgad on  $60^\circ$  ja  $95^\circ$ , kõrgus on ligikaudu 3,7 m ja pindala ligikaudu  $18,4 m^2$ .

**6) Kolmnurga kaks külge on 25 cm ja 6 cm, pindala on  $60 cm^2$ . Leidke kolmas külge, kui on teada, et see asub nürinurga vastas.**

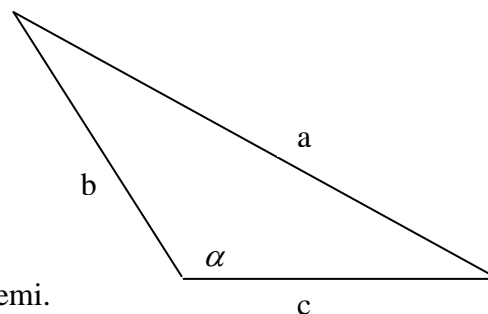
**Lahendus.**

Kasutame kolmnurga pindala valemit kahe külje ja nendevahelise nurga kaudu

$$S = \frac{bc \sin \alpha}{2} \Rightarrow 60 = \frac{25 \cdot 6 \cdot \sin \alpha}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

Nüüd kasutame puuduva külje leidmiseks koosinusteoreemi.

Leiame esmalt nurga koosinuse. Kuna tegemist on nürinurgaga, siis on koosinus negatiivne.



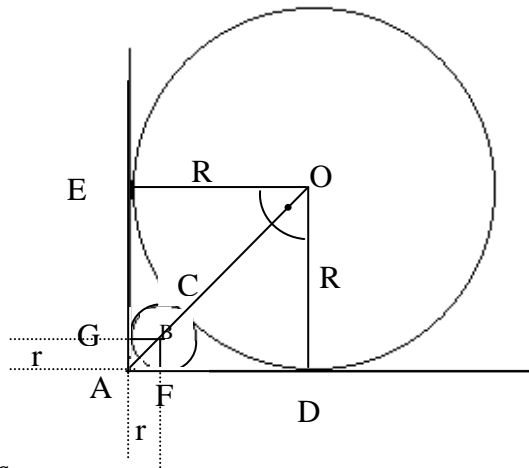
$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}.$$

Koosinusteoreemist

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow a^2 = 25^2 + 6^2 - 2 \cdot 25 \cdot 6 \left(-\frac{3}{5}\right) = 841 \Rightarrow a = 29(\text{cm}).$$

Vastus. Kolmnurga kolmas külg on 29 cm.

- 7) Täisnurga sees paiknevad kaks ringjoont puutuvad teineteist ja täisnurga haarasid joonisel näidatud viisil. Arvutage suurema ringjoone raadius, kui väiksema raadius on  $r$ .



**Lahendus.**

Olgu suurema ringjoone raadius  $R = OC$  ja väiksema ringjoone raadius  $r = AB = BC$ .

Joonestame mõlemale ringile kaks raadiust, et need oleksid teineteisega risti. Nüüd on tekkinud suure ruudu  $ADOE$  diagonaal  $AO$  ja väikse ruudu  $AFBG$  diagonaal  $AB$ .

Avaldame suure ruudu diagonaali külje  $R$  kaudu kasutades Pythagorase teoreemi.

$$AO^2 = R^2 + R^2 = 2R^2 \Rightarrow AO = \sqrt{2}R.$$

Avaldame väikse ruudu diagonaali  $AB$  külje  $r$  kaudu kasutades Pythagorase teoreemi.

$$AB^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2}r.$$

Samas avaldub

$$AO = AB + BC + CO = \sqrt{2}r + r + R \Rightarrow$$

$$\sqrt{2}R = \sqrt{2}r + r + R$$

$$\sqrt{2}R - R = \sqrt{2}r + r$$

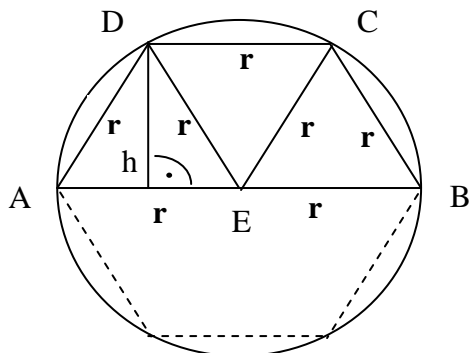
$$R(\sqrt{2} - 1) = r(\sqrt{2} + 1)$$

$$R = \frac{r(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{r(\sqrt{2} + 1)^2}{2 - 1} = r(\sqrt{2} + 1)^2 = r(2 + 2\sqrt{2} + 1) = r(3 + 2\sqrt{2})$$

Vastus. Suurema ringjoone raadius avaldub väiksema kaudu avaldisega  $r(3 + 2\sqrt{2})$ .

- 8) Ringi sisse on kujundatud trapets, mille pikem alus ühtib ringi diameetriga, lühem alus aga on võrdne haaradega. Leidke trapetsi pindala, kui ringi raadius on 1 dm.

*Lahendus.*



Kuna ülesande andmete põhjal  $AD = DC = BC$  ja  $DC \parallel AB$ , siis moodustab trapets ABCD poole korrapärasest kuusnurgast ning samas kolmnurgad AED, CDE ja EBC on võrdsed ja võrdkülgised. Leiame võrdkülgse kolmnurga kõrguse (mis on ka trapetsi kõrguseks) Pythagorase teoreemi abil.

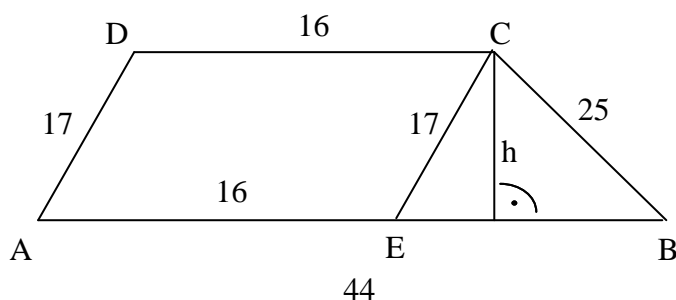
$$h = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot r}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trapetsi pindala } S = \frac{2r + r}{2} \cdot h = \frac{3r}{2} \cdot h = \frac{3 \cdot 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2).$$

Vastus. Trapetsi pindala on  $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ dm}^2$ .

- 9) Arvutage trapetsi pindala, kui alused on 16 cm ja 44 cm ning haarad 17 cm ja 25 cm.

*Lahendus.*



Joonestame trapetsil ABCD küljega AD paralleelse lõigu CE. Tekkinud nelinurk AECD on rööpkülik ja  $AE = DC = 16 \text{ cm}$ ,  $BE = AB - AE = 44 - 16 = 28 \text{ (cm)}$ . Trapetsi ABCD kõrguseks on kolmnurga EBC kõrgus h. Kõrguse leidmiseks leiame esmalt kolmnurga EBC pindala Heroni valemi abil

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

$$\text{Leiame } p = \frac{28 + 25 + 17}{2} = 35.$$



$$S = \sqrt{35(35-28)(35-25)(35-17)} = 210(\text{cm}^2).$$

Samas saame kolmnurga EBC pindala leida aluse ja kõrguse abil

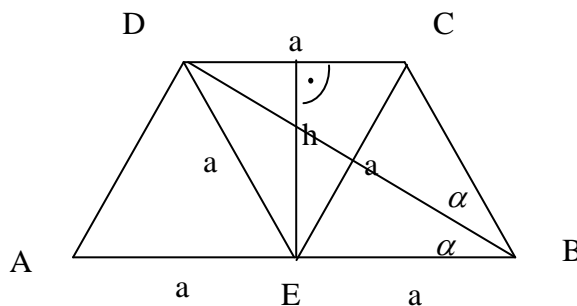
$$S = \frac{EB \cdot h}{2} \Rightarrow 210 = \frac{28 \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot 210}{28} = 15(\text{cm}).$$

$$\text{Trapetsi ABCD pindala } S = \frac{44+16}{2} \cdot 15 = 450(\text{cm}^2).$$

Vastus. Trapetsi pindala on 450 cm<sup>2</sup>.

**10) Riigieksam1998 (15p.) Võrdhaarses trapetsis on suurem alus kaks korda pikem väiksemast ja diagonaal poolitab teravnurga. Avaldage trapetsi küljed, kui trapetsi pindala on S. Arvutage trapetsi küljed, kui  $S=3\sqrt{3}$ .**

*Lahendus.*



Täiendame joonist lõiguga DE (CE). Vastavalt konstruktsioonile on tekkinud nelinurgad DEBC ja ADCE on romb, kuna diagonaal poolitab nurga. Kui nelinurk DEBC (ADCE) on romb, siis peavad olema võrdsed kõik nelinurga küljed  $DE = DC = BC = EB = AD = EC = AE$ .

Seega tekkinud kolmnurk DCE ( AED või EBC) on võrdkülgne ja selle kõrgus h (mis on ka trapetsi kõrguseks) avaldub Pythagorase teoreemi abil

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{2} \text{ ja kolmnurga pindala } \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot \sqrt{3}a}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}.$$

Trapetsi pindala avaldub ka kolme võrdse kolmnurga pindalade summana ehk

$$3 \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$$

Ülesande andmete kohaselt on trapetsi pindala S, mille kaudu avaldame lühema aluse a.

$$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{4S}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}S}{9} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3} \sqrt{S}}{3}.$$

Asendame nüüd avaldisse  $S = 3\sqrt{3}$ .

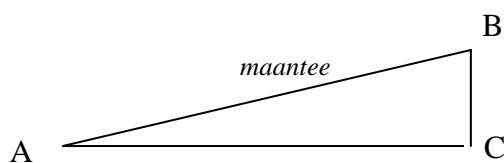
$$a = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3} \sqrt{S}}{3} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3} \sqrt{3\sqrt{3}}}{3} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3} \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 2(\text{üh}).$$

Pikem alus  $2a = 4(\text{üh})$

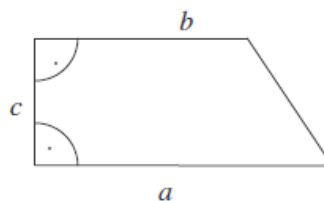
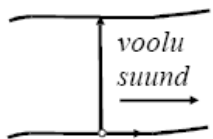
Vastus . Trapetsi haarad ja lühem alus on 2 üh ja pikem alus 4 üh.

## ÜLESANDED

- 1) Kolmnurga küljed on 25 dm, 39 dm ja 56 dm. Leia kõige pikemale küljele vastav kõrgus.  $V: 15$
- 2) Rööpküliliku lähisküljed on 12,5 cm ja 6,8 cm ning teravnurk  $35^\circ$ . Leia rööpküliliku pikemale küljele joonestatud kõrgus, übermõõt ja pindala.  $V: P=38,6, S \approx 48,8$
- 3) Leia täisnurkse kolmnurga küljed, kui ta siseringjoone raadius on 6 cm ja ümberringjoone raadius 15 cm.  $V: 30 \text{ cm}, 18 \text{ cm}, 24 \text{ cm}$ .
- 4) Kolmnurga kujuline koeraaedik on vaja jagada aiaga kaheks pindvõrdseks osaks, nii et külj, mille pikkus on 2 m jaotub pooleks. Ülejäänud küljed on 3 m ja 4 m. Leia aedikut poolitava aia pikkus.  $V: \approx 3,4 \text{ m}$
- 5) Ringjoonele, mille raadius on 25 cm, on joonestatud kaks ristuvat puutujat. Kui kaugel on puutujate lõikepunkt ringjoone keskpunktist?  $V: 25\sqrt{2}$
- 6) Kolmnurga küljele pikkusega 80 cm on tõmmatud mediaan pikkusega 29 cm ja kõrgus pikkusega 21 cm. Kui pikkadeks osadeks jaotab kõrgus selle lõigu?  $V: 20 \text{ cm ja } 60 \text{ cm}$ .
- 7) Võrdhaarse trapetsi diagonaal on risti haaraga. Arvuta trapetsi pindala, kui trapetsi haar on 15 cm, kõrgus 12 cm ja diagonaal 20 cm.  $V: 192$
- 8) Arvuta võrdhaarse trapetsi pindala, kui pikem alus on 44 cm ja haar 17 cm ning diagonaal 39 cm.  $V: 540 \text{ cm}^2$
- 9) Rõnga pindala on  $S$ . Väiksema ringi raadius moodustab kümnendiku suurema ringi übermõõdust. Leia suurema ringi raadius.  $V: R = 5\sqrt{\frac{S}{25\pi - \pi^3}}$
- 10) Riigieksam 1998. Sektorisse, mille raadius on  $R$  ja kesknurk  $\alpha$ , on kujundatud ring. Avalda ringi raadius ning ringi ja sektori pindalade suhe. Arvuta see suhe, kui  $\alpha = 60^\circ$ .  $V: \frac{2\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\alpha \left(1 + \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{2}{3}$
- 11) Kahe ringjoone raadiused on vastavalt 3 cm ja 1 cm. Need ringjooned puutuvad väliselt punktis A. Ringjoontele on tõmmatud ühine puutuja BC ( esimese ringjoone puutepunkt on B ja teise puutepunkt C). Leia puutuja ja ringjoonte vahele jääva kujundi pindala.  $V: \frac{24\sqrt{3} - 11\pi}{6} \approx 1,17 \text{ cm}^2$
- 12) Riigieksam 2000 Võrdhaarse kolmnurga übermõõt on 36 cm ja alus 16 cm. Aluse otspunktidest tõmmatakse vastasküljeni lõik, mis jaotab kolmnurga kaheks võrdse pindalaga kolmnurgaks. Kui pikk on see lõik? Kui suure nurga moodustab see alusega?  $V: 3\sqrt{17} \approx 12,4 \text{ cm}; 14^\circ$
- 13) Riigieksam 2003 Sirgjooneline maantee tõuseb iga 100 meetri kohta 2 m. Maantee ääres astsevate peatuste vaheline kaugus (AB) mööda maanteed on 5 km. Kui pikk oleks tee (AC) ühest peatusest teise, kui maantee ei tõuseks? Mitme meetri võrra oleks sel korral tee ühest peatusest teise lühem?  $V: 4,999 \text{ km}; 1 \text{ m}$



- 14) *Riigieksam 2006* Tüdruk tahab ujuda üle jõe, mille voolu kiirus on  $0,3 \text{ m/s}$ . Seisvas vees suudab ta ujuda kiirusega  $1,5 \text{ m/s}$ . Millise nurga all kalda suhtes peab ta tegelikult ujuma, et jõuda vastaskaldale otse selle koha vastas, kus ta vette läks?  
 V:  $78^\circ 28'$



- 9) *Riigieksam 2007* Tiik on täisnurkse trapetsi kujuline. Trapetsi alusteks olevate kallaste pikkused on  $a$  ja  $b$  ( $a > b$ ) ning nendega ristuva kalda pikkus on  $c$ , vt joonist ülal. Trapetsi diagonaalide lõikepunktis paikneb purskkaev.

- 1) Leidke purskkaevu kaugus tiigi kaldast pikkusega  $a$ .
- 2) Arvutage see kaugus, kui  $a = 60 \text{ m}$ ,  $b = 40 \text{ m}$  ja  $c = 30 \text{ m}$ .

V:  $\frac{ac}{a+b}$ ;  $18 \text{ m}$ .