ARVUTAMINE JA ALGRBRALINE TEISENDAMINE

Esmalt oleks vaja tuletada meelde järgmised valemid ja reeglid:
Tähega **N** tähistatakse **naturaalarvude hulka**, st. arvud, mida saame loendamise teel (1, 2, 3, …..). Vahel arvatakse ka arv 0 naturaalarvude hulka.
Tähega **Z** tähistatakse kõikide **täisarvude hulka** (… -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, …)
Tähega **Q** tähistatakse kõikide **ratsionaalarvude hulka.**
Tähega **I** tähistatakse kõikide **irratsionaalarvude hulka (mitteperioodilised lõpmatud kümnendmurrud).**
Tähega **R** tähistatakse kõikide **reaalarvude hulka.** $R = Q \cup I$

1) Arvu aste.

a) $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ....\cdot a}_{n \quad tegurit}, kui\ n \in N$

b) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Näide: $x^8 \cdot x^5 = x^{13}$

c) $a^m : a^n = a^{m-n}$

Näide: $y^9 : y^3 = y^6$

d) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Näide: $x^5 \cdot y^5 = (xy)^5$

e) $a^n : b^n = (a : b)^n$

Näide: $x^3 : y^3 = (x : y)^3$

f) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Näide: $(x^3)^7 = x^{21}$

g) $(-a)^{2n} = a^{2n}, kui\ a > 0, n \in Z$, st. paarisarvulise astendaja korral saame positiivse tulemuse.

h) $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}, kui\ a > 0, n \in Z$, st. paaritu arvulise astendaja korral saame negatiivse tulemuse.

i) $a^0 = 1$, kui $a \neq 0$. NB! $0^n = 0$, kui $n \neq 0$

j) 0^0 sellel avaldisel väärtus puudub!

k) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, kui $a \neq 0\ ja\ n \in Z$

Näide: $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$

l) $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Näide: $\frac{1}{x^{-3}} = x^3$

m) $\left(\sqrt[2n+1]{a}\right)^{2n+1} = a$

n) $\left(\sqrt[2n]{a}\right)^{2n} = |a|$, st. $\begin{cases} a, kui\ a \geq 0 \\ -a, kui\ a < 0 \end{cases}$

o) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Näide: $\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$

p) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Näide: $\sqrt[5]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y}}$

q) $\sqrt[mn]{a^{pn}} = \sqrt[m]{a^p}$

Näide: $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

r) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Näide: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[12]{x}$

s) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

Näide: $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 = \sqrt[3]{x^2}$

t) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, kui\ a > 0, m \in Z, n \in N$

Näide: $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

2) Korrutamise abivalemid

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a – b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) $(a – b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3) Hulkliikme lahutamine teguriteks

a) Ühise teguri sulgude ette toomine

Näide: $6a^2b - 12a^3b^4 + 18a^4b^3 = 6a^2b\left(1 - 2ab^3 + 3a^2b^2\right)$

b) Valemite kasutamine

(1) $a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)$

Näide: $4x^2 - 9 = (2x - 3) \cdot (2x + 3)$

(2) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(3) $a^3 – b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Näide: $125a^3 - 8b^3 = (5a - 2b) \cdot \left(25a^2 + 10ab + 4b^2\right)$

(4) $a – b = \left(\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)$

c) Ruutkolmliikme lahutamine teguriteks

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, milles x_1 ja x_2 on ruutvõrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ lahendid.

Näide: Tegurdame ruutkolmliikme $4x^2 - 17x + 4$.

Lahendame ruutvõrrandi $4x^2 - 17x + 4 = 0$, milleks kasutame ruutvõrrandi lahendivalemit

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4\cdot 4\cdot 4}}{2\cdot 4} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 0{,}25$$

Võime leida lahendid ka nii, et esmalt kontrollime kas võrrandil on üldse lahendeid, st. leiame ruutvõrrandi diskriminandi D. Avaldist b^2-4ac nimetatakse ruutvõrrandi diskriminandiks ning ruutvõrrandil

(1) on kaks erinevat lahendit, kui $D > 0$
(2) on kaks võrdset lahendit, kui $D = 0$
(3) lahendid puuduvad, kui $D < 0$.

Antud juhul $D = 17^2 - 4\cdot 4\cdot 4 = 225 > 0$, st. on 2 erinevat lahendit ja nüüd leiame need $x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$ ning $x_1 = 4$ *ja* $x_2 = 0{,}25$.

Saame

$4x^2 - 17x + 4 = 4(x - 4)(x - 0{,}25) = (x - 4)(4x - 1)$.

KASULIKUD LINGID

HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=2QCJUT1SVKQ
HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=-SHBRNLQIWQ
HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=LQSRWZZTNH4
HTTPS://WWW.YOUTUBE.COM/WATCH?V=CNTKKPR23C0